

Віталій М. Бондаренко (Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

Метод матричних задач в теорії зображень напівгруп

Зображення скінченних груп над полями вивчені достатньо добре; зокрема, повністю визначено зображувальний тип таких груп. У випадку, коли характеристика поля не ділить порядку скінченної групи (такий випадок називають класичним), група завжди має скінченний зображувальний тип, тобто має (з точністю до еквівалентності) скінченне число нерозкладних зображень; до того ж у цьому випадку кожне нерозкладне зображення є незвідним прямим доданком регулярного зображення. У модулярному випадку, коли характеристика p ділить порядок групи, група має скінченний тип лише тоді, коли її силівська p -підгрупою є циклічною. Для більшості скінченних груп задача про опис їх модулярних зображень є дикою, тобто включає в себе задачу про класифікацію пар матриць з точністю до подібності. Такі групи називаються дикими, а групи, що допускають явний опис зображень, — ручними. Ручні та дикі групи в цьому випадку повністю описали В. М. Бондаренко і Ю. А. Дрозд.

У модулярному випадку основним методом вивчення зображень p -груп є метод матричних задач; основну роль при цьому відіграють зображення в'язок напівланцюгів. Коли група не є p -групою, основними методами у модулярному випадку є метод індукованих зображень та метод блоків.

У теорії напівгруп найбільша кількість робіт присвячена темі, пов'язаній з вивченням незвідних зображень. Що стосується інших випадків (і особливо тих, коли число нерозкладних зображень нескінченне), то по суті регулярних досліджень ще немає.

Автором розпочато вивчення матричних зображень таких класів напівгруп, які мають достатньо складну категорію зображень. Першим таким класом, що розглядається, є клас, який складається із напівгруп, породжених ідемпотентами із найпростішими (додатковими) визначальними співвідношеннями, а саме співвідношеннями типу " $ab=0$ ". У цьому випадку є напівгрупи скінченного та нескінченного типів, ручного та дикого типів. Метод матричних задач є основним при вивченні зображень таких напівгруп. Автором (разом із О. М. Тертичною) виявлено зв'язок між зображеннями вказаних напівгруп та зображеннями сагайдаків, частково впорядкованих множин, в'язок напівланцюгів, що дозволило детально вивчити зображувальний тип цих напівгруп; у зв'язку з цим див. тези доповіді Олени Тертичної на цьому Конгресі ("Representation type of semigroups generated by idempotents with partial null multiplication"). Вказаний клас задач може бути узагальненим в різних напрямках: замість співвідношень $x^2 = x$ розглядати співвідношення $x^n = x$ чи $x^n = 0$, тощо. Метод матричних задач і в цих випадках буде, напевно, досить ефективним.
