

О.П. Бондарь (Государственная лётная академия Украины, Кировоград, Украина)

Об индексах ручек

Известно (см., напр., [1]), что изучать многообразия можно с помощью свойств заданных на них функций, а также связанного с ними представления многообразий в виде объединения топологических шаров с непересекающимися внутренностями и определенным образом пересекающимися краями, т.е. разложения многообразий на ручки.

Ручки классических индексов, равных размерности одного из двух шаров-сомножителей в их прямом произведении, достаточно просты в умозрительном и аналитическом представлении, но большое их число на многообразии зачастую не позволяет видеть топологию многообразия.

Поэтому возникла потребность ввести ручки определяемого ниже индекса, чтобы с их помощью также можно было изучать многообразия.

Пусть M^n есть n -мерное многообразие, и H является образом гомеоморфного отображения

$$h: B^n \rightarrow M^n$$

стандартного n -мерного шара B^n . Пару (H, h) или H называют ручкой в многообразии M^n . Пусть на ограничивающей этот шар сфере S^{n-1} задано многообразие S (sole – подошва), которое может быть, в частности, пустым. *Подошвой ручки* называют образ многообразия S , который стандартным образом отождествляется с подмножеством края некоторого подмногообразия многообразия M^n .

Определим *индекс ручки* H так:

$$\text{ind } H = 0, \text{ если } S = \emptyset,$$

$$\text{ind } H = n, \text{ если } \partial S = \emptyset,$$

$$\text{ind } H = \{i_1, i_2, \dots, i_j\},$$

где j – число связных компонент многообразия $\partial S = \prod_1^j M_k$,

i_k – число компонент края связного многообразия M_k .

Заметим, что на многообразиях малых размерностей введенный индекс, вообще говоря, не совпадающий с классическим, является достаточно эффективным.

[1] Шарко В.В. Функции на многообразиях (алгебраические и топологические аспекты). – Киев: Наук. думка, 1990. – 196с.