А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, А. В. Теребус (Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне, Україна)

Просторові узагальнення крайових задач на конформні і квазіконформні відображення

У роботах [1]-[3] для криволінійного паралелепіпеда $G_\tau = ABCDA_*B_*C_*D_*$, обмеженого еквіпотенціальними поверхнями AA_*B_*B, CC_*D_*D та поверхнями течії $ABCD$, $A_*B_*C_*D_*$, ADD_*A_*, BCC_*B_*, розглядалась модельна задача: $\vec{v} = \kappa \cdot grad\varphi$, $div\vec{v} = 0$, $\tau \in G_\tau$, $\varphi|_{ABB_*A_*} = \varphi_*$, $\varphi|_{DCC_*D_*} = \varphi^*$, $\varphi'_n|_{ADD_*A_* \cup A_*B_*C_*D_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD} = 0$, де $\vec{v}$ і $\varphi = \varphi(x,y,z)$ – відповідно вектор і потенціал швидкості квазіідеальної течії в точці $\tau = (x,y,z)$ ($|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x,y,z) + v_y^2(x,y,z) + v_z^2(x,y,z)} > v_* >> 0$, $0 < \varphi_* \le \varphi \le \varphi^* < \infty$), $\kappa = \left(\kappa_{ij}\right)_{3\times 3}$ – тензор провідності середовища, $\kappa_{ij}\left(\varphi,\psi,\chi,x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z\right)$ - обмежені неперервно-диференційовані функції, що характеризують провідність середовища та схильність його до деформацій. Шляхом введення пари функцій $\psi = \psi(x,y,z)$, $\chi = \chi(x,y,z)$ (“просторово квазікомплексно спряжених” із $\varphi = \varphi(x,y,z)$) таких, що $\kappa \cdot grad\varphi(x,y,z) = \mu(x,y,z) \cdot grad\psi(x,y,z) \times grad\chi(x,y,z)$, $grad\psi(x,y,z) \times grad\chi(x,y,z) = 0$, заміною третьої із граничних умов на умови: $\psi|_{ADD_*A_*} = 0$, $\psi|_{BCC_*B_*} = Q_0$, $\chi|_{ABCD} = 0$, $\chi|_{A_*B_*C_*D_*} = Q^0$, отримано відповідну задачу на “просторово квазіконформне” (“просторово конформне” при $\kappa_{11} = \kappa_{22} = \kappa_{33} \equiv k$, $k = const$, $\kappa_{12} = \kappa_{13} = \kappa_{21} = \kappa_{23} = \kappa_{31} = \kappa_{32} \equiv 0$) відображення області G_τ на відповідну область “просторового комплексного потенціалу” $G_\varpi = \{\varpi = (\varphi,\psi,\chi):\ \ \varphi_* < \varphi < \varphi^*,\ \ 0 < \psi < Q_0$, $0 < \chi < Q^0\}$, де $Q = Q_0 Q^0$ – потік через довільний поперечний переріз течії (Q_0, Q^0 – потоки через відповідні горизонтальний та вертикальний “одиничні прошарки”), а також відповідну обернену до неї задачу (на відображення: $G_\varpi \to G_\tau$). Побудовано різницеві аналоги прямої і оберненої задач та алгоритми їх розв’язків.

У представленій роботі вище поставлену задачу розв’язано шляхом побудови просторових рівномірних ξ-конформних динамічних сіток, а також з допомогою просторових квазігармонічних квазікомплексноспряжених многочленів.

[1] Бомба А. Я. Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопецький. – Київ : Наукова думка, 2007. – 292 с.
[2] Бомба А. Я., Теребус А. В. Просторові гармонічні многочлени та аналоги задач на конформні відображення / А. Я. Бомба, А. В. Теребус // Волинський математичний вісник. Серія “прикладна математика”. – 2008. – 5 (14). – С. 39-63.
[3] Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Числове розв’язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія “прикладна математика”. – 2008. – 5 (14). – С. 104-143.