

Билалов Билал (инс. мат. и мех., Баку, Азербайджан)

Критерий базисности двойных и одинарных систем А.Г. Костюченко

Система $S_{\alpha}^{+} \equiv \{e^{i\alpha n t} \cdot \sin nt\}_{n \in N}$ известна под названием система А.Г. Костюченко. Экспоненциальный аналог $K_{\alpha} \equiv \{e^{i\alpha n |t|} e^{i n t}\}_{n \in Z}$ (Z – множество целых чисел) этой системы назовем двойной системой А.Г. Костюченко. Система $S_{\alpha} \equiv \{e^{i\alpha n t} \cdot \sin nt\}_{n \in Z}$ является набором собственных функций дифференциального пучка второго порядка

$$\begin{aligned} -y''(t) + 2\alpha\lambda y'(t) + (\alpha^2 + 1)\lambda^2 y(t) &= 0, t \in (0, \pi), \\ y(0) = y(\pi) &= 0. \end{aligned}$$

S_{α}^{+} есть половина в некотором смысле этого набора. В связи с этим изучение базисных свойств этой системы в Лебеговых и Соболевых пространствах функций являлось очень актуальным и им посвящены много работ (см. напр. обзор [1]). Операторным методом доказана базисность Рисса системы S_{α}^{+} в $L_2(0, \pi)$ в работе [2].

Критерий базисности двойных систем в $L_2(-\pi, \pi)$ общего вида получено автором [3]. С его помощью получается критерий базисности системы S_{α}^{+} в $L_2(0, \pi)$. Положим

$$\pi_n = \frac{e^{\pi\sqrt{2n-1}} - 1}{e^{\pi\sqrt{2n-1}} + 1}, n \in N.$$

Теорема 1. Пусть $\alpha \in (-1, 1)$ и $|\alpha| \neq \pi_n, \forall n \in N$. Тогда двойная система А.Г. Костюченко K_{α} образует базис Рисса в $L_2(-\pi, \pi)$ только тогда, когда $|\alpha| < \pi_1$.

Теорема 2. Пусть $\alpha \in (-1, 1)$ и $|\alpha| \neq \pi_1$. Тогда одинарная система А.Г. Костюченко S_{α}^{+} образует базис Рисса в $L_2(0, \pi)$ только тогда, когда $|\alpha| < \pi_2$.

- [1] Любарский Ю.И. Свойства систем линейных комбинаций степеней // Алгебра и анализ. — 1989. — Т.1, №6, с. 1-69.
 - [2] Шкаликов А.А. Сильно демпфированные пучки операторов и разрешимости соответствующих операторно-дифференциальных уравнений // Мат. сб. — 1988. — Т. 135, №1, с. 96-118.
 - [3] Билалов Б.Т. Система экспонент со сдвигам и задача А.Г. Костюченко // Сиб. мат. журн. — 2009. — Т.50, №2, с. 279-288.
-