А. Б. Бержанов (Актюбинский государственный университет им. К.Жубанова, Актобе, Казахстан)

О многопериодическом по части переменных решении одной системы сингулярно-возмущенных уравнений в частных производных

Рассматривается система уравнений в частных производных

$$\begin{aligned} D_\varepsilon x &= P_1(t,\varphi,\psi)x + \mu F_1(t,\varphi,\psi,x,y,\mu), \\ \alpha D_\varepsilon y &= P_2(t,\varphi,\psi)y + \mu F_2(t,\varphi,\psi,x,y,\mu), \end{aligned} \tag{1}$$

где x, y – соответственно n, k – векторы; P_1, P_2 – $n\times n$, и $k\times k$– матрицы; F_1 и F_2 – n и k – векторы; $\varepsilon>0$, $\mu>0$, $\alpha>0$–малые параметры, а

$$D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial t} + [a^0(t) + \varepsilon a_1(t,\varphi,\psi,\varepsilon)]\frac{\partial}{\partial\varphi} + [b^0(t) + b_1(t,\varphi,\psi,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\psi}.$$

Систему (1) применительно к параметру α назовем сингулярно-возмущенной.

Вектор-функцию $\Phi(t,\varphi,\psi)\in R^{n+k}$, определенную и непрерывную в R^{1+m+r} назовем многопериодической по части переменных, если она многопериодична по t, φ с вектор –периодом $(\theta,\omega)\in R^{1+m}$ равномерно относительно $\psi\in R^r$. Очевидно, что для такой функции при любых $(t,\varphi,\psi)\in R^{1+m+r}$ имеет место равенство

$$\Phi(t+\theta,\varphi+q\hat{\omega},\psi) - \Phi(t,\varphi,\psi) = 0,$$

где $q\hat{\omega} = (q_1\omega_1,\ldots,q_m\omega_m)$, $q=(q_1,\ldots,q_m)$ – целочисленный вектор.

Доказано. что при определенных условиях, аналогичных [1], система (1) допускает единственное многопериодическое по части переменных решение $\Phi^*(t,\varphi,\psi)$. Это решение является интегральным многообразием в смысле Боголюбова–Митропольского для соответствующей характеристической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, обладающее свойством периодичности по t и φ равномерно относительно ψ.

[1] Умбетжанов Д.У., Бержанов А.Б. О почти периодическом решении одной нелинейной системы уравнений в частных производных. Известия АН КазССР, серия физ.-мат. -1986 -N1. с.43-47.