Н.Н. Баландина (Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина)

О распределении значений функции $r(d(n))$

Пусть $r(n)$ и $d(n)$ соответственно обозначают количество представлений числа n суммой двух квадратов целых чисел и произведением двух натуральных чисел, соответственно.

Ряд авторов (например, [1]-[4]) изучали распределение значений $d_k(n)$, где $d_k(n) = d(d_{k-1}(n))$.

В работе, которая представляется, изучается функция $r(d_k(n))$, $k = 1,2,\ldots$

Доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть f_k — k-ый элемент последовательности Фибоначчи, т.е. $f_{-1} = 0$, $f_0 = 1$, $f_k = f_{k-1} + f_{k-2}$ для $k \geq 1$. Тогда существует бесконечная последовательность натуральных чисел таких, что $r(d_k(n)) >> exp((log\, n))^{\frac{1}{f_{k-1}} - \varepsilon}$ для любого $\varepsilon > 0$.

Пусть $\ell = \delta_m 2^m + \delta_{m-1} 2^{m-1} + \ldots + \delta_1 2 + \delta_0$, $\delta_i \in \{0,1\}$, $\delta_m = 1$.

Обозначим $Re(n) = d^{(\delta_m)}\left(d^{(\delta_{m-1})}\left(\ldots\left(d^{(\delta_1)}\left(d^{(\delta_0)}(n)\right)\right)\ldots\right)\right)$, где $d^{(0)}(M) = r(M)$, $d^{(1)}(M) = r(M)$.

Получена оценка снизу для $Re(n)$.

Теорема 2. Для каждого ℓ, $2^m \leq \ell < 2^{m+1}$, с весом Хэмминга k, большим $m-3$, существует бесконечная последовательность натуральных чисел n, таких, что для любого положительного ε $Re(n) >> exp((log\, n))^{\frac{1}{2 f_{m+1}} - \varepsilon}$. (Постоянная в символе $>>$ зависит от m и ε).

[1] J. Katai. A d(d(n)) fuggeny eloszlasarol, MTA, III, 17(1967), 447-454.
[2] P. Erdos and J. Katai. On the growth of dk(n) , Fibonacci Quarterly, 7(3) (1969), 267-274.
[3] J. Katai. and M.Subbarao On the local distribution of the iterated division function, Mathematics Parwonica, 15/1(2004), 127-140.
[4] J. Katai. On the iteration of the division function, Publ. Math. Debrecan.16, (1969), 3-15.