

С.М. Бак (Вінницький державний педагогічний університет, Вінниця, Україна)

Існування стоячих хвиль для дискретного нелінійного рівняння типу Шредінгера із насичуваною нелінійністю

Розглядається дискретне нелінійне рівняння типу Шредінгера із насичуваною нелінійністю

$$\psi_n - a_n \psi_{n+1} - a_{n-1} \psi_{n-1} - b_n \psi_n + \frac{\mu |\psi_n|^2}{1 + |\psi_n|^2} = 0, \quad (1)$$

де $\mu \neq 0, a_n, b_n \in \mathbb{R}$. Розглядаються так звані стоячі хвилі, тобто розв'язки вигляду

$$\psi_n = \exp(-i\omega t) u_n, \quad (2)$$

де амплітуда $u_n \in \mathbb{R}$. Тоді, підставивши розв'язок (2) в рівняння (1), матимемо рівняння

$$Au_n - \omega u_n = f(u_n), \quad (3)$$

де $f(u_n) = \frac{\mu u_n^3}{1+u_n^2}, \mu \neq 0$ і $(Au)_n = a_n u_{n+1} + a_{n-1} u_{n-1} + b_n u_n$.

Подібні рівняння є цікавими з огляду на численні фізичні застосування. Особливо цікавими є рівняння вигляду (1) з оператором

$$(Au)_n = -u_{n+1} - u_{n-1} + (2 + v_n)u_n = -\Delta u_n + v_n u_n,$$

де $\Delta u_n = u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n$ — одновимірний дискретний оператор Лапласа і v_n — задана дійсна послідовність (потенціал). Такі оператори виникають, наприклад, у нелінійній оптиці. Результати про існування стоячих хвиль у випадку, коли $A = -\Delta$ отримано у недавній роботі [3]. Відмітимо також статті [1], [2], в яких досліджено нелінійні рівняння типу Шредінгера із нелінійністю степеневого типу. Як і в [3], у цій статті використовується варіаційний метод, який ґрунтується на многовиді Нехарі.

Розглядаються два види розв'язків рівняння (1), які задовольняють відповідно умови

$$u_{n+k} = u_n, \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} u_n = 0. \quad (5)$$

Отримано умови існування таких розв'язків рівняння (1).

Література

- [1] Pankov A. Gap solitons in periodic discrete NLS equations// Nonlinearity. — 2006. — 19. — P. 27-40.
 - [2] Pankov A. Gap solitons in periodic discrete NLS equations II: A generalized Nehari manifold approach// Discr. Cont. Dyn. Syst. — 2007. — 19. - P. 419-430.
 - [3] Pankov A., Rothos V. Periodic and Decaying Solutions in DNLS with saturable nonlinearity//Proc. Roy. Soc. A. — To appear.
-