

Билалов Билал, Асланов Гамидулла, Гусейнов Зафар (Инс. мат. и мех., Баку, Сумг. Гос. Университет, Сумгаит, Азербайджан)

О базисах из возмущенных систем синусов и косинусов в Лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости

Рассматриваются следующие системы синусов и косинусов

$$\{\sin(n - \alpha)t\}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

$$\{\cos(n - \alpha)t\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $\alpha \in \mathbb{C}$ -комплексный параметр. Пусть $p: [0, \pi] \rightarrow [1, +\infty)$ -некоторая измеримая функция и $L_{p_t} \equiv L_{p_t}(0, \pi)$ -Лебегово пространство функций с переменным показателем суммируемости $p(t)$

с нормой $\|f\|_{p_t} \equiv \inf \left\{ \lambda > 0 : I_{p_t} \left(\frac{f}{\lambda} \right) \leq 1 \right\}$, где

$$I_{p_t}(f) \equiv \int_0^\pi |f(t)|^{p(t)} dt.$$

При $\sup_{(0, \pi)} p(t) < +\infty$, L_{p_t} -банахово пространство (см. напр. [1]). Обозначим через H^{ln}

следующий класс:

$$H^{\text{ln}} \equiv \left\{ p : \exists c > 0; \forall t_1, t_2 \in [0, \pi], |t_1 - t_2| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| \leq \frac{c}{-\ln|t_1 - t_2|} \right\}.$$

Доказана следующая

Теорема. Пусть $p \in H^{\text{ln}}$, $\min_{[0, \pi]} p(t) > 1$. Система синусов (1) образует базис в $L_{p_t}^0$ только

тогда, когда $-\frac{1}{2p(\pi)} < \text{Re } \alpha < \frac{1}{2q(\pi)} + \frac{1}{2}$.

Более того, она полна в $L_{p_t} \Leftrightarrow \text{Re } \alpha \geq -\frac{1}{2p(\pi)}$; минимальна в $L_{p_t} \Leftrightarrow \text{Re } \alpha < \frac{1}{2q(\pi)} + \frac{1}{2}$,

где $\frac{1}{p(\pi)} + \frac{1}{q(\pi)} = 1$.

Аналогичный результат получен и относительно системы косинусов (2).

[1] Xianling F., Dun Z. On the spaces $L^{p(x)}(\Omega)$ and $W^{m,p(x)}(\Omega)$ // Journal of Math. Anal. and Appl.- 2001.-263,pp. 424-446.