

С.А. Алдашев (Западно-Казахстанский аграрно-технический университет им. Жангирхана, Уральск, Казахстан)

Собственные функций спектральной задачи Трикоми для некоторых классов многомерных смешанно гиперболо-параболических уравнений

Теория краевых задач для гиперболо-параболических уравнений на плоскости хорошо изучены ([1]). Насколько нам известно их многомерные аналоги исследованы мало ([2]).

Пусть D -конечная область евклидова пространства E_{m+1} точек (x_1, \dots, x_m, t) , ограниченная в полупространстве $t > 0$ конусами $K_0 : |x| = t$, $K_1 : |x| = 1 - t$, $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$, а при $t < 0$ -цилиндрической поверхностью $\Gamma = \{(x, t) : |x| = 1\}$ и плоскостью $t = t_0 = const$, где $|x|$ - длина вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, $\Gamma_0 = \{(x, t) : t = 0, |x| = 1\}$.

Обозначим через D^+ и D^- части области D , лежащие соответственно в полупространствах $t > 0$ и $t < 0$. Части конусов K_0, K_1 , ограничивающих области D^+ , обозначим через S_0 и S^1 соответственно.

В области D рассмотрим смешанно гиперболо-параболические уравнения

$$\gamma u = \begin{cases} \Delta_x u - u_{tt} + \sum_{i=1}^m a_i(x, t)u_{x_i} + b(x, t)u_t + c(x, t)u, t > 0, \\ \Delta_x u - u_t + \sum_{i=1}^m d_i(x, t)u_{x_i} + e(x, t)u, t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где γ - действительное число, Δ_x -оператор Лапласа по переменным x_1, x_2, \dots, x_m , $m \geq 2$.

Следуя [1] в качестве многомерной спектральной задачи Трикоми рассмотрим следующую

Задача T_γ . Найти решение уравнения (1) в области D при $t \neq 0$ из класса $C(\overline{D} \setminus \Gamma_0) \cap C^1(D) \cap C^2(D^+ \cup D^-)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{S_0} = 0, u|_\Gamma = 0.$$

Для гладких коэффициентов уравнения (1) показана

Теорема. Задача T_γ для каждого γ имеет счетное множество собственных функций.

[1] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнения в частных производных, М.: Наука, 2006 - 287 с.

[2] Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики, Новосибирск: НГУ, 1983 - 84с.