

І.Ю.Виговська  
Інститут математики НАНУ, Київ, Україна  
**Критерії опуклості в евклідовому просторі.**  
vkirinata@gmail.com

Будемо досліджувати сімейства площин фіксованої розмірності, що проходять через фіксовані точку доповнення до деякої множини і не перетинають цю множину.

Для області  $D \subset \mathbb{R}^n$  позначимо через  $\Gamma(x)$  — підмножину  $(n-2)$ -вимірних площин грассманового многовиду  $G'(n, n-2)$ , які проходять через точку  $x$ , але не перетинають  $D$ , це буде підмножина компактного підмноговиду  $G(n, n-2)$ .

**Теорема 1.** *Обмежена область  $D \subset \mathbb{R}^n$  опукла тоді і тільки тоді, коли множини  $\Gamma(x)$  непусти і зв'язні для всіх точок межі  $\partial D$ .*

Ця теорема узагальнює на випадок дійсного евклідового простору комплексну теорему Ю.Б.Зелінського, що стосується однієї з важливих характеристик сильно лінійно опуклих множин і розв'язує одну з проблем, поставлених Л.А.Айзенбергом. Відмінності від цитованого результату полягають по-перше в тому, що в випадку багатовимірною комплексного простору не кожна площина дійсної корозмірності два буде комплексною гіперплощиною, по-друге, оскільки дійсних площин корозмірності два більше ніж комплексних гіперплощин, то завдяки цьому ми одержуємо більш сильний результат, а саме опуклість області.

Наступні два результати підсилюють відповідно результати Г.Ауманна для дійсного евклідового простору і Ю.Б.Зелінського для комплексного евклідового простору на випадок коли апріорі відома ациклічність досліджуваних компактів.

**Теорема 2.** *Для того, щоб ациклічний компакт  $K \subset \mathbb{R}^n$  був опуклим необхідно і достатньо щоб усі його перетини опорними  $t$ -площинами для фіксованого  $t$ ,  $1 \leq t \leq n-1$ , були ациклічними.*

**Теорема 3.** *Для того, щоб ациклічний компакт  $K \subset \mathbb{C}^n$  з не порожньою внутрішністю був сильно лінійно опуклим необхідно і достатньо щоб усі його перетини опорними комплексними  $t$ -площинами для фіксованого  $t$ ,  $1 \leq t < n-1$ , були ациклічні а в випадку, коли  $t=n-1$ , щоб вони були сильно лінійно опуклими.*

### Литература

1. Ю.Б.Зелинский. Многозначные отображения в анализе.- Научная думка, Киев, 1993. - 264 с.
2. Ю.Б.Зелинский. Выпуклость. Избранные главы.- Труды института математики НАНУ.-т.92.- Киев, 2012. – 280 с.