1952 г. Май—Июнь *Т. VII, вып. 3 (49)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ШКОЛЬНЫЕ КРУЖКИ В КИЕВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИМЕНИ Т. Г. ШЕВЧЕНКО И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Л. Н. Грацианская

Для учеников средних школ г. Киева стало обычным по воскресеньям в течение учебного года заниматься в математических школьных кружках университета. В первое воскресенье октября без предупреждения, по собственной инициативе, пришло в университет для занятий в кружках более 200 юных математиков.

Кроме интересных задач на все отделы программы средней школы, со школьниками в кружках рассматривались некоторые парадоксы. Их рассмотрение вызывает большой интерес у учащихся.

Юным математикам в течение учебного года были прочитаны четыре лекции: действительным членом АН УССР Б. В. Гнеденко, на тему «Математика и социалистическая практика»; проф. А. Г. Курошем, «Что такое алгебра?»; доц. А. Ф. Богородским, «Новые звёзды»; доц. П. И. Ковалем, «О бесконечности».

В кружках работало свыше 300 учеников из 32 киевских школ. В январе и феврале по школам была проведена внутришкольная олимпиада (взамен первого тура). 8 апреля в университете был организован второй тур олимпиады. Из 716 учеников 7-х, 8-х, 9-х и 10-х классов, принимавших участие в олимпиаде, работы сдали 612 учеников.

После проверки работ присуждены две первые премии, шесть вторых, шесть третьих и 8 грамот.

Первые премии получили: уч. VIII класса 70-й средней школы г. Киева А. Шарковский и уч. X класса 55-й средней школы П. Тамразов.

Анализ задач на заключительном заседании провели: по 7-м и 8-м классам Л. Н. Грацианская, по 9-м и 10-м классам В. П. Белоусова.

Всей работой по подготовке и проведению олимпиады руководил составленный из преподавателей механико-математического факультета университета и представителя городского отдела народного образования комитет во главе с Б. В. Гнеденко.

Приводим тексты заданий.

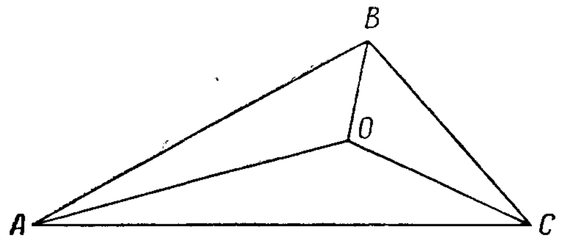
Для учеников VII и VIII классов

1. У колхозника были в корзине яблоки. На вопрос: «Сколько в корзине яблок?» он ответил: «Когда их перекладывали по два, по три, по четыре, по пять и по шесть — оставалось по одному яблоку. А когда перекладывали по 7, то остатка не было». Сколько яблок у колхозника?

2. Решить систему уравнений:

$$x\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)=a,$$
$$y\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)=b,$$
$$z\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)=c.$$

3. На рисунке показано расположение четырёх селений и дорога между ними, причём $AC > AB > BC$, а OA, OB и OC—биссектрисы соответствующих углов.



Нужно из селения O обойти остальные три и вернуться обратно. Найти кратчайший путь обхода.

4. Построить треугольник, равный данному треугольнику, таким образом, чтобы три его стороны проходили через три данные точки.

5. Площадь круга разделена концентрическим кругом на две равновеликие части.

Показать, что часть кольца, заключённая между двумя параллельными касательными к внутреннему кругу и дугами внешнего, равновелика квадрату, вписанному в малый круг.

Для учеников IX и X классов

1. Если признак делимости на некоторое число N не зависит от порядка цифр числа[1]), то N равно 3 или 9.

2. Дано восемь монет, из которых одна фальшивая. Определить фальшивую монету тремя взвешиваниями на весах с коромыслом, если неизвестно, легче она или тяжелее, чем остальные монеты.

3. Найти наибольшую и наименьшую величину выражения

$$a\cos^2 x + 2b\cos x \sin x + c\sin^2 x.$$

4. Доказать, что не существует многогранника, имеющего семь рёбер.

5. Доказать, что сумма углов пространственного четырёхугольника (не плоского) меньше, чем 360°.

---

[1]) То-есть если число M делится на N, то все числа, получаемые из M перестановкой цифр, также делятся на N.

По VII и VIII классам первые две задачи не вызвали особых затруднений, но третью задачу никто не решил.

По IX и X классам сдано 294 работы, причём

первую задачу никто не решил,
вторую задачу решил 221 ученик,
третью задачу решили 3 ученика,
четвёртую задачу решили 32 ученика,
пятую задачу решил 91 ученик;

подали неверные решения 62 ученика,
одну задачу решили 130 учеников,
две задачи решили 86 учеников,
три задачи решили 14 учеников
четыре задачи решили 2 ученика
пять задач не решил никто.

Некоторые участники математической олимпиады обратились с просьбой, чтобы в дальнейшем на зимний период на продолжительный срок им были предложены более трудные задачи для решения.

Решения таких задач проходят при некоторой консультации руководителей кружков.

Приведём пример одной из таких задач.

«Пусть имеем сечение сферы некоторой плоскостью P. На линии пересечения выберем произвольно четыре точки; через каждые две соседние точки проведём плоскость. Четыре окружности, получившиеся при этом, пересекаются в четырёх точках A, B, C, D, не лежащих в плоскости P.

Доказать, что точки A, B, C и D лежат в одной плоскости».