

ЗАПИТ
на проведення наукової (науково-технічної) роботи

1. Назва роботи

Симетрія та інтегровність рівнянь сучасної математичної фізики (шифр: ІІІ-03-20)

2. Вид тематики

ІІІ. Відомча тематика

3. Назва цільової програми або цільового проєкту

н е м а є

4. Назва розділу програми або напрям цільового проєкту

н е м а є

5. Строки виконання роботи

01 січня 2020 р. - 31 грудня 2024 р.

6. Код програмної класифікації видатків

6541030 (фундаментальні дослідження)

7. Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки

Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

8. Пріоритетний тематичний напрям наукових досліджень і науково-технічних розробок

Найважливіші фундаментальні проблеми фізико-математичних і технічних наук

9. Код та назва наукового напрямку (проблеми) з Основних наукових напрямів та найважливіших проблем фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук

1.1.5.1. Застосування групових, диференціально-геометричних й алгебраїчних методів до задач теорії диференціальних рівнянь, математичної та теоретичної фізики

10. Науковий керівник роботи

Нікітін Анатолій Глібович, член-кореспондент НАН України, д.ф.-м.н., проф., головний науковий співробітник, Інститут математики НАН України
телефон: +38044 234 5150; факс: +380442352010; e-mail: nikitin@imath.kiev.ua

11. Відповідальні виконавці

Прізвище, ім'я та по батькові	Науковий ступінь, посада, місце роботи, телефон, електронна адреса	Підпис
Бойко Вячеслав Миколайович	д.ф.-м.н., с.н.с., провідний науковий співробітник, ІМ НАН України, тел.: +380442346322, e-mail: boyko@imath.kiev.ua	
Ванєєва Олена Олександрівна	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., провідний науковий співробітник, ІМ НАН України, тел.: +38044 234 5316, e-mail: vaneeva@imath.kiev.ua	
Черніга Роман Михайлович	д.ф.-м.н., проф., провідний науковий співробітник, ІМ НАН України, тел.: +38044 234 5150, e-mail: cherniha@gmail.com	

12. Установи - співвиконавці

н е м а є

13. Ключові слова

симетрія, інтегровність, точні розв'язки, нелінійні моделі, алгебри та групи Лі

14. Резюме

Метою роботи є створення й обґрунтування нових методів дослідження різних типів симетрій рівнянь сучасної математичної фізики, а також їх застосування для побудови та аналізу моделей з фізично мотивованими групами симетрії, а також знаходження точних розв'язків деяких актуальних моделей математичної фізики.

Дослідження в основному будуть зосереджені на таких взаємопов'язаних напрямках:

- 1) класифікація суперінтегровних систем квантової та класичної механіки, включаючи системи зі змінною масою, які допускають однопараметричні групи Лі, побудова загальних розв'язків таких систем;
- 2) розширений груповий аналіз класів диференціальних рівнянь, побудова групоїдів еквівалентності, сингулярних і регулярних модулів редукції та знаходження точних розв'язків;
- 3) подальший розвиток алгебраїчного підходу до групового аналізу, що включає побудову реалізацій, контракцій та інваріантів деяких фіксованих класів алгебр Лі;
- 4) груповий аналіз моделей сучасної математичної фізики, математичної біології, метеорології та соціології. Зокрема, буде досліджено важливі з прикладної точки зору багатовимірні системи рівнянь реакції–дифузії.

Очікувані результати роботи матимуть як фундаментальне, так і прикладне значення. Дослідження будуть виконуватись з застосуванням методів теорії груп та алгебр Лі, умовних симетрій, суперсиметрії, теорії зображень та комп'ютерної алгебри. Підставою для успішного виконання проекту є висока наукова кваліфікація, попередні здобутки й напрацювання його виконавців.

15. Обґрунтування доцільності виконання роботи

15.1. Цілі та завдання роботи, її актуальність, соціальна та економічна значимість.

Головна ціль проекту — подальший розвиток, створення й обґрунтування нових методів дослідження різних типів симетрій рівнянь сучасної математичної фізики, а також їх застосування для побудови та аналізу моделей з фізично мотивованими групами симетрії, а також знаходження точних розв'язків деяких актуальних моделей математичної фізики. З використанням алгебраїчних технік передбачається розробка удосконалених методів класифікації та інтегрування диференціальних рівнянь з нетривіальною симетрією. Зокрема, буде прокласифіковано суперінтегровні системи рівнянь Шрьодінгера зі змінним масовим параметром, які є дуже важливим елементом сучасної математичної та теоретичної фізики. Отримані результати можуть бути використані при дослідженні математичних моделей у природничих та суспільних науках, у тому числі у фізиці, біології, та економіці. Планується також побудова точних розв'язків цих моделей.

Очікувані результати проекту будуть значним внеском у розвиток фундаментальних досліджень в Україні, закріплення міжнародної пріоритетності досліджень української наукової школи групового аналізу, у підготовку наукових кадрів вищої кваліфікації через залучення молодих науковців до участі у виконанні проекту, та у розвиток міжнародного співробітництва.

15.2. Стан розроблення проблеми.

Дослідження пов'язані із симетріями сьогодні знаходяться у центрі уваги багатьох наукових груп у всьому світі. Більш того, в останні роки цей напрямок математики піднявся на якісно новий рівень строгості та загальності. Висока активність досліджень у цій області призводить до виникнення нових перспективних задач групового аналізу, потребі у розробці нових методів, особливо щодо дослідження складних багатовимірних систем, що мають важливі прикладні застосування.

Сьогодні київська наукова школа групового аналізу займає провідні позиції в світі з досліджень симетрійних властивостей диференціальних рівнянь. Результати виконавців проекту дістали міжнародне визнання і добре цитуються.

Аналогічні дослідження в галузі симетрійного аналізу активно виконуються в багатьох провідних наукових центрах світу, наприклад, таких як Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова, Київ (О.М. Гаврилик, М.З. Іоргов), Інститут гідродинаміки ім. М.А. Лаврентьєва Сибірського відділення РАН, Новосибірськ (С.В. Головін, В.В. Пухначов), Центр математичних досліджень університету Монреаль, Канада (П. Вінтерніц, І. Патера, М. Грундланд, Н. Камран), університет м. Міннеаполіс, США (В. Міллер, П. Олвер), Університет Британської Колумбії, Канада (Г. Блуман), Університет Кіпру (П. Даміану, К. Софоклеус), Віденський університет (М. Кунзінгер) та багатьох інших. Причому останнім часом інтенсивність досліджень в цьому напрямі значно зростає, що пов'язано як з розвитком нових алгебраїчних та геометричних методів так і ефективним використанням методів групового аналізу у прикладних задачах теоретичної та математичної фізики, математичної біології, метеорології, соціології тощо.

Слід також відмітити видання виконавцями проекту журналу “Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications” (SIGMA), який на сьогодні є провідним математичним часописом у відповідній тематиці та уже протягом багатьох років є найуспішніший науковим журналом України.

15.3. Досвід і доробок авторів.

Виконавці проекту отримали низку вагомих результатів в сучасному груповому аналізі, що дістали світове визнання і складають добре підґрунтя для його успішної реалізації окреслених задач проекту. Відзначимо деякі з результатів останнього часу:

Проведено повну групову класифікацію узагальнених рівнянь Шрьодінгера, що включають три незалежних змінних та два довільних елемента: змінну масу та потенціал. Встановлено критерій еквівалентності таких рівнянь до рівняння з постійною масою. Побудовано загальний розв'язок одного з отриманих рівнянь у просторі L_2 . (Nikitin A.G., Zasadko T.M. *J. Phys. A: Math. Theor.* **49** (2016), 365204, 17 pp).

Створено теорію сингулярних модулів редукції диференціальних рівнянь з однією залежною і довільною кількістю незалежних змінних. Показано, що дослідження сингулярних модулів редукції є необхідних кроком у вивченні неklasичних симетрій диференціальних рівнянь. Як приклад, вивчено

сингулярні модулі редукції для еволюційних рівнянь та квазілінійних рівнянь другого порядку. Все це дозволило пояснити і узагальнити існуючі результати щодо no-go випадків у вивченні неklasичних симетрій. (Boyko V.M., Kunzinger M., Popovych R.O., *J. Math. Phys.* **57** (2016), 101503, 34 pp.)

Побудовано усі нееквівалентні реалізації алгебр Галілея розмірності не вище п'яти. Вивчено багато видів деформацій алгебр Галілея та знайдено реалізації для деформованих алгебр Галілея. Показано, що ряд фізично цікавих рівнянь та їх систем, а саме рівняння Кавахари, Кортевега–де Фріза, Бюргерса та реакції дифузії а також узагальнена система Єрмакова, задача про центральну силу та класична задача Кеплера, інваріантні відносно низькорозмірних алгебр Галілея та їх деформацій. (Nesterenko M.O., Posta S., Vaneeva O.O., *J. Phys. A: Math. Theor.* **49** (2016), 115203, 22 pp.)

Проведено повну групову класифікацію (1+3)-вимірних рівнянь Шрьодінгера зі змінним масовим параметром та довільним потенціалом і встановлено структуру відповідного групоїда еквівалентності. (Nikitin A.G., *J. Math. Phys.* **58** (2017), 083508, 16 pp.)

Проведено повну групову класифікацію класу загальних (1+1)-вимірних рівнянь Бюргерса–Кортевега–де Фріза зі змінними коефіцієнтами довільного фіксованого порядку і вичерпно описано допустимі точкові перетворення в цьому класі і його підкласах. Це дозволило побудувати класи диференціальних рівнянь з нетривіальними узагальненими групами еквівалентності, що розв'язує відкриту з середини 1990-х років проблему існування таких класів. (Opanasenko S., Bihlo A., Popovych R.O., *J. Math. Phys.* **58** (2017), 081511, 37 pp.)

Описано групоїд еквівалентності класу рівнянь Кортевега–де Фріза зі змінними коефіцієнтами. Виконано розбиття класу на шість нормалізованих підкласів, що не перетинаються, та запропоновано шляхи покращення трансформаційних властивостей підкласів, що є нормалізованими лише в узагальненому сенсі. (Vaneeva O., Pošta S., *J. Math. Phys.* **58** (2017), no. 10, 101504, 12 pp.)

Проведено вичерпну класифікацію симетрій Лі класичної системи рівнянь Шігесакі–Кавасакі–Терамото та побудовано приклади нових точних розв'язків. (Cherniha R., Davydovych V., Muzyka L., *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.* **45** (2017), 81–92).

Уточнено результати групової класифікації Бюєра (1974) одночастинкових рівнянь Шрьодінгера з довільним потенціалом. Уперше представлено вичерпний список нееквівалентних потенціалів, відповідних алгебр інваріантності та допустимих перетворень еквівалентності. (Nikitin A.G., *J. Math. Phys. Geom.* **14** (2018), no. 4, 519–531).

Введено поняття рівномірно напівнормалізованих класів диференціальних рівнянь і доведено теорему про розщеплення груп точкових симетрій систем диференціальних рівнянь у таких класах. На основі цих результатів розширено область застосовності алгебраїчного методу групової класифікації, що проілюстровано груповою класифікацією (1+1)-вимірних лінійних рівнянь Шрьодінгера з довільним комплекснозначним потенціалом. (Kurujyibwami C., Basarab-Horwath P., Popovych R.O., *Acta Appl. Math.* **157** (2018), 171–203).

Проведено симетрійний аналіз широкого класу параболічно-еліптичних систем. Знайдено оператори симетрії Лі використано для побудови розв'язків крайової задачі з вільною границею. (Cherniha R., Davydovych V., King J.R., *Symmetry* **10** (2018), no. 5, 21 pp.)

Для класу рівнянь Ньюелла–Уайтхеда–Сегеля, що виступають як модельні у математичній біології, проведено класифікацію лінійних та регулярних неklasичних операторів редукції. Описано допустимі перетворення розглядуваного класу. Побудовано широкі сім'ї точних розв'язків для таких рівнянь. (Vaneeva O., Boyko V., Zhalij A., Sophocleous C., *J. Math. Anal. Appl. J. Math. Anal. Appl.* **474** (2019), 264–275).

Виконано лінійну класифікацію та побудовано класи точних розв'язків систем реакції-дифузії, що моделюють цивілізаційний розвиток людства на початкових стадіях, який призвів до появи перших виробників продукції (фермерів). (Cherniha R., Davydovych V., *Euro. J. Appl. Math.* **30** (2019), 338–357).

Подальший розвиток результатів цих та інших робіт виконавців є однією із складових частин проекту. Важливим для реалізації проекту є низка ще неопублікованих результатів та робочих гіпотез й ідей потенційних учасників проекту.

15.4. Структура досліджень.

Дослідження включатимуть такі напрямки:

1) класифікація суперінтегровних систем квантової та класичної механіки, включаючи системи зі змінною масою, які допускають однопараметричні групи Лі, побудова загальних розв'язків таких систем;

- 2) розширений груповий аналіз класів диференціальних рівнянь, побудова групоїдів еквівалентності, сингулярних і регулярних модулів редукції та знаходження точних розв'язків;
- 3) подальший розвиток алгебраїчного підходу до групового аналізу, що включає побудову реалізацій, контракцій та інваріантів деяких фіксованих класів алгебр Лі;
- 4) груповий аналіз моделей сучасної математичної фізики, математичної біології та соціології. Зокрема, буде досліджено важливі з прикладної точки зору багатовимірні системи рівнянь реакції–дифузії.

15.5. Наявність матеріально-технічної бази для виконання роботи.

Відділ математичної фізики, на базі якого планується виконувати проект, має в своєму розпорядженні п'ять персональних комп'ютерів, два лазерних принтери та вільний доступ до мережі інтернет, що є достатнім для виконання проекту.

16. Техніко-економічне обґрунтування

н е м а є

17. Власна оцінка науково-технічного рівня розробки, що пропонується, яка очікується за результатами наукової, науково-технічної роботи

☒ [X] немає аналогів у світі або краща за існуючі у світі аналоги
☐ [] немає аналогів в Україні
☐ [] краща за існуючі в Україні аналоги за всіма основними показниками
☐ [] перевищує існуючі в Україні аналогічні розробки за окремими показниками

18. Використання результатів роботи

18.1. Очікувані наукові та науково-практичні результати, об'єкти права інтелектуальної власності (ОІВ), які плануються до впровадження після завершення роботи

Найменування результатів, ОІВ	Назва підприємства, організації, де передбачається використовувати результати, ОІВ	Заплановані обсяги впровадження
наукові статті	Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Universite de Montreal (Canada), Institute of Physics (Prague, Czech Republic), University of Vienna (Austria), University of Cyprus (Nicosia, Cyprus) та інші	20 наукових статей

18.2. Шляхи та способи подальшого використання в суспільній практиці результатів виконання роботи

Публікації отриманих результатів проекту у провідних міжнародних наукових журналах, виступи на міжнародних наукових конференціях, наукові візити та виступи на наукових семінарах у міжнародних наукових центрах, участь виконавців проекту в якості експертів для рецензування статей та наукових проектів, активна науково-просвітницька робота та робота з обдарованою молоддю.

18.3. Потенційні споживачі наукових та науково-технічних результатів, об'єктів права інтелектуальної власності (ОІВ)

Країна	Назва підприємства, організації	Найменування результатів, ОІВ	Можливі обсяги споживання
Україна	Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, м. Київ	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі
Україна	Київський національний університет ім. Тараса Шевченка	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі
Канада	Universite de Montreal	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі
Чехія	Institute of Physics, Prague	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі
Австрія	University of Vienna	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі
Кіпр	University of Cyprus, Nicosia	теоретичні результати опубліковані в провідних журналах	у повному обсязі

19. Об'єкти права інтелектуальної власності (ОІВ), використання яких передбачається під час проведення досліджень (для прикладних досліджень та фундаментальних, де використовуються ОІВ)

н е м а є

20. Фінансові аспекти роботи

20.1. Загальна вартість роботи 23813,458 тис. грн.

словами: двадцять три мільйони вісімсот тринадцять тисяч чотириста п'ятдесят вісім грн.

20.2. Вартість роботи:

Роки виконання роботи	2020 р.	2021 р.	2022 р.	2023 р.	2024 р.
Вартість виконання робіт (тис. грн.)	1876,595	4468,687	4738,207	4629,389	8100,580

21. Наукові ради (комітети, комісії) НАН України, ради регіональних наукових центрів НАН і МОН України, яких доцільно залучити до експертної оцінки запиту

немає

22. Кандидатури можливих експертів у галузі, до якої відноситься робота, що пропонується

Прізвище, ім'я, по батькові	Науковий ступінь, посада	Місце роботи
Федорчук Василь Максимович	д.ф.-м.н., с.н.с., провідний науковий співробітник	Ін-т прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України
Парасюк Ігор Остапович	д.ф.-м.н., проф.,	Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Самойленко Валерій Григорович	д.ф.-м.н., завідувач кафедри	Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Петравчук Анатолій Петрович	д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри	Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
Станжицький Олександр Миколайович	д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри	Київський національний університет імені Тараса Шевченка

23. Додатки, що є невід'ємною частиною запиту:

1. Технічне завдання на виконання роботи за відомчим замовленням (Додаток А).
2. Планова калькуляція кошторисної вартості роботи за відомчим замовленням (Додаток Б) та розрахунки витрат за статтями.
3. Перелік статей накладних витрат (Додаток В).

дата

Заступник директора з наукової роботи
Інституту математики НАН України
д.ф.-м.н., с.н.с.

_____ Віталій ВАСИЛИК
(підпис)

М.П.

Науковий керівник роботи

Головний науковий співробітник
Інституту математики НАН України
член-кореспондент НАН України

_____ Анатолій НІКІТІН
(підпис)

ПОГОДЖЕНО

Заступник директора з наукової роботи
Інституту математики НАН України
д.ф.-м.н., с.н.с.

_____ Віталій ВАСИЛИК
(підпис)
«_____» _____ 20__ р.
М.П.

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. академіка-секретаря Відділення математики
НАН України
академік НАН України

_____ Олександр ТИМОХА
(підпис)
«_____» _____ 20__ р.
М.П.

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ
на виконання наукової (науково-технічної) роботи
«Симетрія та інтегровність рівнянь сучасної математичної фізики»

Інститут математики НАН України

1. Рішення про затвердження роботи

2. Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки

Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

3. Пріоритетний тематичний напрям наукових досліджень і науково-технічних розробок

Найважливіші фундаментальні проблеми фізико-математичних і технічних наук

4. Код та назва наукового напрямку або проблеми з Основних наукових напрямів та найважливіших проблем фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук (для фундаментальних досліджень)

1.1.5.1. Застосування групових, диференціально-геометричних й алгебраїчних методів до задач теорії диференціальних рівнянь, математичної та теоретичної фізики

5. Основний напрям наукової діяльності установи, за яким проводяться роботи

Математична фізика, методи функціонального та нелінійного аналізу

6. Мета роботи

Метою роботи є створення й обґрунтування нових методів дослідження різних типів симетрій рівнянь сучасної математичної фізики, а також їх застосування для побудови та аналізу моделей з фізично мотивованими групами симетрії, а також знаходження точних розв'язків деяких актуальних моделей математичної фізики

7. Термін проведення роботи:

початок — 01 січня 2020 р. ; закінчення — 31 грудня 2024 р.

Орієнтовний обсяг коштів на виконання роботи в цілому **23813,458** тис. грн.
та по роках

2020 р. — 1876,595 тис. грн.

2021 р. — 4468,687 тис. грн.

2022 р. — 4738,207 тис. грн.

2023 р. — 4629,389 тис. грн.

2024 р. — 8100,580 тис. грн.

8. Календарний план роботи

№ з/п	Найменування основного етапу роботи	Термін виконання	Відповідальний виконавець
1	Класифікація суперінтегровних систем квантової та класичної механіки. Груповий аналіз нелінійних рівнянь реакції–дифузії	01 січня 2020 р. - 31 грудня 2020 р.	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф., А.Г. Нікітін; д.ф.-м.н., проф., Р.М. Черніга; член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., О.О. Ванєєва; д.ф.-м.н., с.н.с., В.М. Бойко.
2	Груповий аналіз моделей сучасної математичної фізики, зокрема, багатовимірних систем рівнянь реакції–дифузії	01 січня 2021 р. - 31 грудня 2021 р.	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф., А.Г. Нікітін; д.ф.-м.н., проф., Р.М. Черніга; член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., О.О. Ванєєва; д.ф.-м.н., с.н.с., В.М. Бойко; д.ф.-м.н., проф., Р.О. Попович; д.ф.-м.н., проф., В.Д. Кошманенко; д.ф.-м.н., проф., О.Л. Ребенко.
3	Розширений груповий аналіз класів диференціальних рівнянь, дослідження еволюційної поведінки складних систем	01 січня 2022 р. - 31 грудня 2022 р.	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф., А.Г. Нікітін; д.ф.-м.н., с.н.с., В.М. Бойко; д.ф.-м.н., проф., Р.М. Черніга; член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., О.О. Ванєєва; д.ф.-м.н., проф., Р.О. Попович; д.ф.-м.н., проф., В.Д. Кошманенко; д.ф.-м.н., проф., О.Л. Ребенко.

4	Розвиток алгебраїчних методів групового аналізу, побудова реалізацій, контракцій та інваріантів алгебр Лі, застосування у задачах математичного моделювання	01 січня 2023 р. - 31 грудня 2023 р.	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф., А.Г. Нікітін; д.ф.-м.н., с.н.с., В.М. Бойко; д.ф.-м.н., проф., Р.М. Черніга; член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., О.О. Ванєєва; д.ф.-м.н., проф., Р.О. Попович; д.ф.-м.н., проф., В.Д. Кошманенко; д.ф.-м.н., проф., О.Л. Ребенко.
5	Побудова групоїдів еквівалентності, сингулярних і регулярних модулів редукції та знаходження точних розв'язків нелінійних моделей математичної фізики, знаходження точних розв'язків та дослідження поведінки нелінійних моделей математичної фізики	01 січня 2024 р. - 31 грудня 2024 р.	член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф., А.Г. Нікітін; д.ф.-м.н., с.н.с., В.М. Бойко; д.ф.-м.н., проф., Р.М. Черніга; член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., с.д., О.О. Ванєєва; д.ф.-м.н., проф., Р.О. Попович; д.ф.-м.н., проф., В.Д. Кошманенко; д.ф.-м.н., проф., О.Л. Ребенко.

9. Зміст, основні вимоги до виконання роботи, рівня і способів її виконання

Виконання у повному обсязі завдань за основними напрямками досліджень, зокрема, розробка нових ефективних алгебраїчних та аналітичних методів дослідження та класифікації нелінійних моделей сучасної математичної фізики. Результати проекту будуть значним внеском у розвиток фундаментальних досліджень та матимуть пріоритетний характер у світі. Невід'ємною складовою проекту є використання теоретичних результатів у задачах математичного моделювання, метеорології, задачах шифрування інформації, розповсюдження та прогнозування інфекційних захворювань, задачах розпізнавання образів, при дослідженні динамічних систем конфлікту тощо. Основні результати проекту будуть опубліковані у провідних високореєтингових наукових журналах та пройдуть апробацію на міжнародних наукових конференціях та наукових семінарах у провідних наукових центрах України та світу. Важливими результатами проекту також буде підготовка висококваліфікованих науково-педагогічних кадрів, робота з молоддю, популяризації наукових досліджень та отриманих результатів на всеукраїнському та міжнародному рівнях, розвиток міжнародного співробітництва.

10. Наукові (науково-технічні) результати, що очікуються за основними етапами та роботою в цілому

У рамках виконання роботи планується виконати вичерпну класифікацію суперінтегровних систем квантової та класичної механіки, включаючи системи зі змінною масою, які допускають однопараметричні групи Лі, та побудувати загальні розв'язки таких систем. Буде проведено розширений груповий аналіз класів диференціальних рівнянь, досліджено структуру їх групоїдів еквівалентності, прокласифіковано сингулярні і регулярні модулі редукції тощо, що дасть можливість побудувати широкі класи точних розв'язків розглядуваних рівнянь. Буде побудовано реалізації, контракції та інваріанти деяких фіксованих класів алгебр Лі та проаналізовано їх застосування для аналізу та впорядкування масивів великих даних та розпізнавання образів. Також буде виконано груповий аналіз деяких моделей сучасної математичної фізики, математичної біології та соціології. Зокрема, буде досліджено важливі з прикладної точки зору багатовимірні системи рівнянь реакції–дифузії. Будуть запропоновані нові методів шифрування з використанням якісних властивостей диференціальних рівнянь, їх симетрій, алгебр Лі та квазікристалів (зокрема, всюди розривного перетворення між фізичним та внутрішнім простором квазікристалу). Буде встановлена рекурентна формула для побудови спеціальних графів-лісів, яку можна використати в дослідженнях, що пов'язані з застосуваннями теорії графів-дерев та графів-лісів до кодування інформації. Буде запропоновано нові застосування орбіт-функцій (спеціальних функцій пов'язаних з кореневими решітками) для обробки зображень (зокрема, для розпізнавання образів, наприклад супутникових знімків) та для гладкої інтерполяції багатовимірних об'єктів (зокрема тривимірних голограм чи тривимірних МРТ-зображень за двовимірними зрізами). Фізично інформовані нейронні мережі буде використано для розв'язування рівнянь мілкої води на сфері в метеорологічному контексті, зокрема, буде проаналізовано складнощі навчання фізично інформованих нейронних мереж для рівнянь мілкої води на сфері. Буде запропоновано нові інтегровні математичні моделі для опису розповсюдження пандемії COVID-19 та прогнозування її наслідків в Україні. Буде проведено класифікацію рівноважних та компромісних станів динамічних систем конфлікту в залежності від параметру впливу зовнішнього середовища та досліджено деякі соціологічні моделі абстрактного суспільства.

Зокрема, очікується отримати такі результати за основними етапами:

1 етап (2020): повна класифікація симетрій відносно неперервних груп перетворень для рівняння Шредінгера, що описує взаємодію зарядженої частинки зі суперпозицією електричного та магнітного полів; групова класифікація ненормалізованих класів диференціальних рівнянь; поняття регулярних і сингулярних випадків групової класифікації; оптимізована версія методу розгалуженого розщеплення для класифікації законів збереження; симетрійні властивості нелінійних крайових задач.

2 етап (2021): групова класифікація рівнянь Шредінгера–Паулі, що описують взаємодію нейтральних частинок із зовнішнім полем; розв'язність лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь із параметром залежно від топологічних властивостей області, яку пробігає набір з незалежної змінної та параметра; симетрійний аналіз двовимірного виродженого рівняння Бюргерса; повна групова класифікація узагальнених нелінійних рівнянь Клейна–Гордона; максимальні алгебри лівської інваріантності та точні розв'язки нелінійних систем так званих основних рівнянь метеорології; Q -умовні симетрії класу трикомпонентних систем еволюційних рівнянь типу реакції-дифузії.

3 етап (2022): лівські симетрії рівнянь Паулі–Шредінгера для заряджених частинок та квазірелятивістських рівнянь Шредінгера; ревізія основ теорії групової класифікації диференціальних рівнянь включно з її фундаментальними поняттями і постановками задач; використання фізично-інформованих нейронних мереж для розв'язання рівнянь мілкої води на сфері в метеорологічному контексті; дослідження гармонічної міри довільної відкритої підмножини евклідового простору; означення та властивості спеціальних орбіт-функцій простих алгебр Лі.

4 етап (2023): класифікація інтегровних та суперінтегровних системи квантової механіки зі змінним параметром маси; дослідження рівняння Кірквуда–Зальцбурга для кореляційних функцій канонічного ансамблю; характеристичні властивості внутрішніх та зовнішніх ємностей вельми загальних множин та відповідних ємнісних розподілів; Q -умовні симетрії моделі Шігесади–Кавасаки–Терамото; опис конфліктних процесів в термінах функціонального аналізу; точкові перетворення симетрій $(1+1)$ -вимірного лінійного рівняння теплопровідності.

5 етап (2024): Обчислення псевдогрупи точкових симетрії бездисперсійного (симетричного потенціального) рівняння Нижника та побудова точних розв'язків; групова класифікація лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку; симетрійний аналіз (1+2)-вимірної системи Бойті–Леона–Пемпінеллі.

За рівнем та новизною заплановані дослідження матимуть пріоритетний характер у світі.

11. Перелік науково-технічної та іншої документації, що надається по завершенню роботи

Остаточний звіт за темою та комплект документів відповідно до вимог, встановлених у Національній академії наук України.

Науковий керівник роботи

Головний науковий співробітник
Інституту математики НАН України
член-кореспондент НАН України

(підпис) Анатолій НІКІТІН

Планова калькуляція кошторисної вартості наукової (науково-технічної) роботи

**«Симетрія та інтегровність рівнянь сучасної математичної фізики»
на 2020 рік**

Термін виконання роботи: початок — 01.01.2020 р., закінчення — 31.12.2024 р.

№ з/п	Найменування статей витрат	КЕКВ	Сума, тис. грн.
1	Заробітна плата	2111	1344,270
2	Нарахування на оплату праці	2120	295,730
3	Предмети, матеріали, обладнання та інвентар	2210	4,000
4	Оплата послуг (крім комунальних)	2240	2,000
5	Видатки на відрядження	2250	0,000
6	Оплата теплопостачання	2271	11,000
7	Оплата водопостачання та водовідведення	2272	1,100
8	Оплата електроенергії	2273	1,500
Разом:			1659,600
в т.ч. накладні витрати			29,810

УСТАНОВА-ВИКОНАВЕЦЬ:

Заступник директора з наукової роботи
Інституту математики НАН України
д.ф.-м.н., с.н.с.

_____ Віталій ВАСИЛИК
(підпис)

М.П.

Науковий керівник роботи
Головний науковий співробітник
Інституту математики НАН України
член-кореспондент НАН України

_____ Анатолій НІКІТІН
(підпис)

Головний бухгалтер

_____ Зінаїда ТАРНАВСЬКА
(підпис)