

Знаходження точних розв'язків для поліпараболічного оператора зі спеціальною правою частиною

Олександр М. Жуковський

Інститут математики НАН України, Київ

E-mail: a_zhukovskiy@ukr.net

Для поліпараболічного оператора розглядається наступна неоднорідна задача

$$T^{m+1}u \equiv \sum_{j=0}^{m+1} (-1)^j C_{m+1}^j \frac{\partial^{m-j+1}}{\partial t^{m-j+1}} \nabla^{2j} u(t, \mathbf{x}) = f(t, \mathbf{x}), \quad (1)$$

де $t \in \mathbb{R}_+^1$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, ∇^2 — оператор Лапласа, C_{m+1}^j — біноміальні коефіцієнти.

Якщо $f(t, \mathbf{x}) = f(t, |\mathbf{x}|)$, то при $n \geq 2$, використовуючи фундаментальний розв'язок оператора T^{m+1} з простору $D'(\mathbb{R}^{1+n})$ отримано [1] наступний розв'язок задачі (1)

$$u(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{2\mathbf{r}^{\frac{n}{2}-1}m!} \int_0^t \tau^{m-1} e^{-\frac{|\mathbf{r}|^2}{4\tau}} d\tau \int_0^\infty \rho^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{\rho^2}{4\tau}} I_{\frac{n}{2}-1} \frac{\mathbf{r}\rho}{2\tau} f(t-\tau, \rho) d\rho. \quad (2)$$

Отримані розв'язки застосовані до побудови точних розв'язків різних задач з спеціальними правими частинами і різної розмірності, зокрема

$$(\sin T)u = f(t, \mathbf{x}), \quad (3)$$

$$(\cos T)u = f(t, \mathbf{x}). \quad (4)$$

1. Zhukovsky A.N., Karagodov V.P. Exact solution of the inhomogeneous problems for polyparabolic operator // Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics. — Part 2. — Kyiv: Institute of Mathematics, 2000. — P. 411–416.