

Рівняння Benjamin–Bona–Mahony (BBM):
точні, наближені та асимптотичні розв'язки

Самойленко В.Г., Самойленко Ю.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В сучасній математиці і теоретичній фізиці значну увагу приділено вивченню рівняння Кортевега-де Фріза та різних його узагальнень. Одночасно з дослідженням рівняння Кортевега-де Фріза різними математичними методами проводився пошук нелінійних моделей, які б володіли властивостями, що подібні властивостям рівняння Кортевега-де Фріза, зокрема, мали б розв'язки, що описують поширення довгих хвиль.

Одним з таких рівнянь є так зване регуляризоване довгохвильове рівняння

$$u_t + u_x + uu_x - u_{xxt} = 0 \quad (1)$$

яке в 1966 році було запропоновано в якості альтернативи до рівняння Кортевега-де Фріза [1]. Це рівняння вивчали Benjamin T.B., Bona J.L., Mahony J.J., які показали в [2] існування класичного розв'язку для (1), його єдиність та довели коректність постановки початкової задачі. Зараз рівняння (1) має назву рівняння Benjamin–Bona–Mahony (або рівняння BBM). Згодом, за допомогою чисельного вивчення рівняння BBM було виявлено низку цікавих ефектів.

Проте у випадку змінних коефіцієнтів і наявності малого параметра для рівняння BBM, як і для інших нелінійних систем, наприклад, рівняння Кортевега-де Фріза [3], чи не єдиним ефективним методом дослідження залишаються асимптотичні методи, які дозволяють побудувати наближені (в певному сенсі) розв'язки. Серед таких розв'язків важливе значення мають так звані асимптотичні солітоноподібні розв'язки, алгоритм побудови яких у випадку рівняння BBM представлено у даній доповіді.

Література

- [1] Peregrin D.H. Calculations of the development of an undular bore / Peregrin D.H. // Journ. Fluid Mech. – 1966. – V. 25, № 2. – P. 321 – 330.
- [2] Benjamin T.B. Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems / Benjamin T.B., Bona J.L., Mahony J.J. // Phil. Trans. Royal Society of London. Series A, Math. and Phys. Sciences. – 1972. – V. 272. – P. 47 – 78.
- [3] Samoilenko V.Hr. Asymptotic expansions for one-phase soliton-type solutions of the Korteweg-de Vries equation with variable coefficients / Samoilenko V.Hr., Samoilenko Yu.I. // Ukr. Math. Journ. – 2005. – V. 57, № 1. – P. 132 – 148.