

Міністерство освіти України

ТИПОВА ПРОГРАМА КАНДИДАТСЬКОГО ІСПИТУ ІЗ
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 01.01.03 - МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА

Київ, 1998

ПРОГРАМА КАНДИДАТСЬКОГО ІСПИТУ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ
01.01.03 - МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА

I. Математичні проблеми сучасної фізики.

1. Класична механіка: елементи варіаційного числення, умови екстремума; рівняння Ейлера-Лагранжа, Гамільтона, Гамільтона-Якобі; фізичні задачі, що приводять до основних рівнянь математичної фізики. (Література: [1], [15].)

2. Класична статистична механіка: статистичні ансамблі; міра Гіббса; кореляційні функції; термодинамічна границя; фазові переходи. (Література: [2], [3], [4].)

3. Квантова механіка: простір станів, операторна природа спостережуваних величин; еволюція, рівняння Шредінгера; основні математичні проблеми квантової механіки. (Література: [5], [15], [16], [17].)

4. Квантова статистична механіка: матриця густини; квантові стани та алгебра спостережуваних; статистика Бозе-Ейнштейна та Фермі-Діраха: рівняння Шредінгера та Гайзенберга для системи взаємодіючих частинок, вторинне квантування. (Література: [2], [5], [17].)

5. Квантова теорія поля (на прикладі скалярного поля): рівняння руху; Гамільтоніан; вторинне квантування, простір станів, "голий" та фізичні вакууми. (Література: [6]).

II. Рівняння математичної фізики та елементи функціонального аналізу.

1. Локально випуклі, нормовані та злічено-нормовані простори: означення; збіжність; лінійні функціонали, теорема Хана-Банаха; приклади.

2. Гільбертові простори: означення; збіжність; ортонормовані системи; сепарабельні та несепарабельні простори; приклади.

3. Простір Фока: означення для Бозе та фермі систем; базис, числа заповнення.
4. Простори С. Л. Соболева; узагальнені функції: простори D' та S' ; перетворення Фур'є та його основні властивості; згортка; додатні та додатньо-визначені узагальнені функції; властивості узагальнених функцій: $\delta(x)$, $\mathcal{P}\frac{1}{x}$, $\frac{1}{1+\delta 0}$, тощо.
5. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для лінійних систем першого порядку.
6. Лінійні рівняння і системи зі змінними коефіцієнтами. Многovid розв'язків. Формула Ліувіля-Остроградського.
7. Теореми про гладкість розв'язків диф. рівняння відносно початкових умов та параметрів.
8. Автономні системи. Класифікація особливих точок.
9. Стійкість за Ляпуновим. Граничні цикли.
10. Класифікація рівнянь у частинних похідних. Характеристичні поверхні. Задачі Коші. Теорема Коші-Ковалевської.
11. Фундаментальні розв'язки рівнянь: Лапласа, теплопровідності, хвильового.
12. Розв'язування крайових задач для рівняння Пуассона за допомогою об'ємного та поверхневого потенціалів.
13. Розв'язування задачі Коші для рівняння теплопровідності.
14. Розв'язування задачі Коші для хвильового рівняння.
(Література: [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [23]).

III. Оператори математичної фізики.

1. Елементи спектральної теорії: означення спектру та регулярних значень; резольвента та її властивості, класифікація точок спектру; спектр додатньо-визначеного оператора, критерій дискретності спектру; спектральна міра, побудова функцій від операторів.

2. Теорія розширення необмежених симетричних операторів: індекси дефекту, побудова самоспряжених розширень; побудова самоспряжених розширень для оператора імпульсу у $L^2(a, b)$, $(a, b) \in \mathbb{R}^1$; розширення по Фрідріхсу.

3. Елементи теорії напівгруп: гіперстискаючи напівгрупи; формула Тротера; теореми про збурення напівгруп, напівгрупи породжені оператором $-\Delta + V(x)$, формула Фейнмана-Каца.

4. Теорія збурень самоспряжених операторів: скінченномірні і регулярна теорія збурень; асимптотична теорія збурень; методи сумування розбіжних рядів (сумування по Борелю).

(Література: [7], [8], [9], [14], [16]).

IV. Елементи теорії ймовірності, випадкових процесів та функціонального інтегрування.

1. Основні поняття теорії ймовірності, випадкові процеси, умовні математичні сподівання, напівгрупи і випадкові процеси, узагальнені випадкові процеси.

2. Міри у лінійних просторах: циліндричні множини; гаусові міри у скінченно мірних просторах; гаусові міри у гільбертовому просторі та в оснащеннях.

(Література: [9], [20]).

V. Алгебраїчні, групові, геометричні та топологічні методи.

1. Алгебраїчні методи: загальні положення алгебраїчного підходу до квантової теорії; C^* - алгебри; канонічні комутаційні співвідношення; теорема Хаага.

2. Поняття групи, групи симетрій диференціальних рівнянь, поняття квантової групи.

3. Геометричні та топологічні методи: поняття алгебраїчного, топологічного, диференціального та комплексного многовидів; геометрія поверхні: кривизна, геодезичні.

(Література: [17], [18], [19], [21], [22]).

ЛІТЕРАТУРА

1. В. И. Арнольд. Математические методы классической механики. - М.: Наука, 1974.
2. Кервон, Хуанг. Статистическая механика. - М.: Мир, 1966.
3. Д. Рюэль. Статистическая механика. - М.: Мир, 1971.
4. Д.Я. Петрина, В. И. Герасименко, П. В. Малышев. Математические основы классической статистической механики. - К. Наукова думка, 1985.
5. Д.Я. Петрина. Математические основы квантовой статистической механики. - К.: Институт математики, 1995.
6. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.: "Наука 1973.
7. Л.А. Люстерник, В.И.Соболев. Элементы функционального анализа. - М.: Наука, 1965.
8. Н.И. Ахиезер, И.М.Глазман. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. - М.: Наука, 1966.
9. Ю. М. Березанський, Ю.Г. Кондратьев. Спектральные методы в бесконечномерном анализе. - К.: Наукова думка, 1988.
10. И. Г. Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: Физматгиз, 1961.
11. Л. С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1974.
12. С.Г. Михлин. Линейные уравнения в частных производных. - М.:

Высшая школа, 1977.

13. О. А. Ладыженская. Краевые задачи математической физики. - М.: Наука, 1973.

14. С. Мизохата. Теория уравнений с частными производными. - М.: Мир, 1977.

15. В. С. Владимиров. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1984.

16. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Тт. 1-4. - М.: Мир, 1977, 1978, 1982, 1982гг.

17. Ж. Эмх. Алгебраические методы в статистической механике и квантовой теории поля. - М.: Мир, 1976.

18. А. В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1974.

19. Дж. Милнор, А. Уоллес. Дифференциальная топология. - М.: Мир, 1972.

20. М. Рид. Функциональный анализ и теория вероятностей. // "Конструктивная теория поля". - М.: Мир, 1977.

21. П. І. Голод, М. У. Клімич. Математичні основи теорії про симетрію. - К.: Наукова думка, 1992.

22. В. И. Фушич, А. Г. Никитин. Симметрия уравнений квантовой механики. - М.: Наука, 1990.

23. Ю.А. Митропольський, А. М. Самойленко. Математические проблемы нелинейной механики. - К.: Вища школа, Головное изд. 1987