

7 арк

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

ПОГОДЖЕНО:

Заступник голови ВАК України

Р. Іванов С.В. Іванов

1999 р.



ПРОГРАМА

кандидатського іспиту зі спеціальності

01.01.07 - Обчислювальна математика

(фізико-математичні науки)

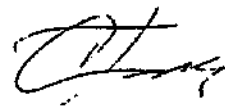
Київ - 1999

Міністерство освіти України
Львівський державний університет імені Івана Франка

ПОГОДЖЕНО:
Заступник голови ВАК України
С.В.Іванов
« _____ » _____ 1999 р.

Затверджено
Вченою радою факультету
прикладної математики та
інформатики
27 жовтня 1998 року
Протокол № 3

Голова ради,
професор



Я.Г.Савула

ПРОГРАМА

кандидатського іспиту зі спеціальності
01.01.07 "обчислювальна математика"

*Узгоджено з експертною радою
ВАК України
Експерт 2 / Заступник В.А. /*

Львів-1998

Загальні питання

Класи задач обчислювальної математики. Чисельну, аналітичні, чисельно-аналітичні методи. Загальна теорія наближених методів. Застосовувані типи ЕОМ. Характеристики задач, методів та ЕОМ. Методи оцінки похибок і розв'язування некоректно поставлених задач. Методи оцінки числа операцій і необхідної пам'яті ЕОМ. Про оптимізацію методів розв'язування задач на ЕОМ.

Функціональний аналіз

1. Метричні, нормовані, гільбертові простори.

Метричні простори. Повнота. Неперервні відображення. Компактні множини. Принцип стискаючих відображень, метод послідовних наближень та їх застосування. Лінійні, нормовані, банахові та гільбертові простори. Сильна та слабка збіжність. Задача про найкраще наближення. Найкраще рівномірне наближення. Мінімальна властивість коефіцієнтів Фур'є.

2. Лінійні функціонали та оператори.

Неперервні лінійні оператори. Норма і спектральний радіус оператора. Збіжність операторів. Оборотність. Ряд Неймана $\sum_k A^k$ та умови його збіжності. Теореми про існування оберненого оператора. Міра обумовленості лінійного оператора та її використання при заміні точного рівняння (розв'язку) наближеним. Лінійні функціонали. Спряжений простір. Принцип рівномірної обмеженості, теорема Банаха-Штейнгауза та її застосування. Теорема Рісса (для гільбертового простору). Спектр оператора. Спряжені, самоспряжені, симетричні, додатно визначені, цілком неперервні оператори та їх спектральні властивості. Абстрактна варіаційна задача. Теорема Лакса-Мільграма-Вишика. Апроксимація Гальоркіна та їх збіжність. Варіаційні методи мінімізації квадратичних функціоналів, розв'язування рівнянь і знаходження власних значень (методи Рітта, Бубнова-Гальоркіна, найменших квадратів). Диференціювання нелінійних операторів, похідні Фреше і Гато. Метод Ньютона, його збіжність та застосування. Теореми Фредгольма для рівнянь з цілком неперервним оператором. Теорема Гільберта-Шмідга.

3. Простори функцій $C, C^k, L_2, L_p, l_2, W_2^k, W_2^1$ ⁽⁰⁾

Узагальнена похідна. Нерівності Пуанкаре-Стеклова-Фрідріхсе. Поняття про теорему вкладання. Простори узагальнених функцій D', S' .

Задачі математичної фізики

Математичні моделі фізичних задач, які приводяться до рівнянь математичної фізики; основні рівняння математичної фізики; постановки задач. Коректно та некоректно поставлені задачі.

Узагальнений розв'язок крайових задач і задач на власні значення для еліптичних рівнянь у самоспряженій формі. Варіаційні властивості власних значень. Основні властивості гармонійних функцій (формули Гріна, теореми про середнє, принцип максимуму). Фундаментальний розв'язок і функція

Гріна для рівняння Лапласа. Варіаційні методи розв'язування крайових задач (Рітца, Гальоркіна, найменших квадратів).

Задача Коші для рівняння теплопровідності та рівняння коливань (в одновимірному та багатовимірному випадках). Фундаментальні розв'язки. Характеристики. Поняття про узагальнені розв'язки. Узагальнені розв'язки змішаних задач з однорідними крайовими умовами для рівнянь параболічного і гіперболічного типів; існування, єдиність та неперервна залежність. Метод Фур'є. Метод Гальоркіна.

Чисельні методи

1. Чисельні методи алгебри

Прямі та ітераційні методи розв'язування систем лінійних рівнянь з повними матрицями та матрицями спеціального виду. Однокрокові ітераційні методи. Чебишевські однокрокові ітераційні методи. Оптимальний набір чебишевських параметрів та обчислювальна стійкість. Тричленні (однокрокові) чебишевські ітераційні методи. Методи спряжених градієнтів розв'язування лінійних систем і спектральних задач. Застосування методів регуляризації, мінімізації згладжуючого функціоналу та ітераційних методів до розв'язування вироджених, несумісних та погано обумовлених систем лінійних алгебраїчних рівнянь та інтегральних рівнянь 1-го роду.

2. Наближення функцій

Загальні властивості ортогональних систем многочленів. Многочлени Лежандра і Чебишева; їх властивості та застосування. Кусково-визначені апроксимації функцій методу скінчених елементів, їх властивості та застосування. Швидке дискретне перетворення Фур'є та його застосування в теорії наближень і методах розв'язування задач математичної фізики, інтерполяція сплайнами. Методи спуску для пошуку екстремуму функціоналів.

3. Чисельне інтегрування

Задача оптимізації квадратури. Квадратурні формули типу Гаусса. Квадратурні формули з випадковими вузлами. Багатовимірні інтерполяційні, симетричні квадратурні формули. Інтегрування сильно осцилюючих функцій. Інтеграл з верхньою змінною границею і методи їх обчислення.

4. Методи розв'язування звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь

Чисельні методи розв'язування задачі Коші і крайових задач. Оцінка похибки, збіжність та стійкість. Метод прогонки. Однорідні різнищеві схеми.

Поняття про жорсткі системи рівнянь та методи їх розв'язування. Чисельні методи розв'язування інтегральних рівнянь першого та другого роду.

5. Різницеві та варіаційно-різницеві методи розв'язування рівнянь математичної фізики

Основні поняття (апроксимація, збіжність, стійкість). Методи побудови різницевих схем (метод сіток, інтегро-інтерполяційний метод, метод апроксимації інтегральних тотожностей); їх застосування до розв'язування крайових задач для еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь. Оцінка порядку точності. Дивергентні, консервативні різницеві схеми. Двошарові та трьохшарові схеми; їх стійкість. Методи побудови проекційно-сіткових схем (метод скінченних елементів, метод зважених залишків), їх застосування до розв'язування крайових задач математичної фізики. Побудова енергетичних апріорних оцінок; стійкість та збіжність. Методи розщеплення багатовимірних нестационарних задач. Поняття про економічні методи розв'язування багатовимірних задач. Нелінійні рівняння (теплопровідності та газодинаміки).

6. Методи розв'язування різницевих рівнянь

Прямі методи (методи прогонки, швидке перетворення Фур'є, циклічної редукції). Метод послідовної верхньої релаксації, неявні схеми з еквівалентними за спектром операторами, позмінно-трикутний метод, метод спряжених градієнтів. Метод розщеплення та змінних напрямків. Оцінка збіжності.

7. Чисельні методи математичного програмування

Методи мінімізації функцій без обмежень (градієнтні методи, методи ньютонівського типу, метод спряжених градієнтів). Мінімізація функцій з обмеженнями. Задача лінійного програмування, симплекс-метод. Нелінійні задачі (метод проекції градієнта, метод штрафних функцій та ін.).

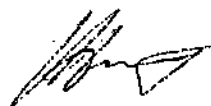
Література

1. Треногин В.А. Функциональный анализ.- М.: Наука, 1993.
2. Гаврилюк І.П. Макаров В.Л. Методи обчислень. Ч.1, 2.- Київ: Вища школа, 1995.
3. Вулих Б.З. Введение в функциональный анализ.- М.: Физматгиз, 1958.
4. Березанский Б.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ.- К.: Вища школа, 1990.
5. Хатсон В., Пим Дж. Приложение функционального анализа и теории операторов.- М.: Мир, 1983.

6. Остудін Б.А., Шинкаренко Г.А. Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці. Функціональні простори.- Київ: НМК ВО, 1992.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.- М.: Наука, 1981.
8. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных.- М.: Наука, 1976.
9. Гончаренко В.М. Основы теории уравнений с частными производными.- Киев: Вища школа, 1985.
10. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики.- М.: Наука, 1973.
11. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.- М.: Наука, 1987.
12. Фадеев Д.К., Фадеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры.- М.: Физматгиз, 1960.
13. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы.- М.: Наука, 1981.
14. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1, 2. - Минск: Высшая школа, 1972.
15. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.- М.: Наука, 1989.
16. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов.- М.: Мир, 1977.
17. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики.- М.: Наука, 1989.
18. Самарский А.А. Теория разностных схем.- М.: Наука, 1977.
19. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы.- М.: Наука, 1977.
20. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений.- М.: Наука, 1978.
21. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы.- М.: Наука, 1981.
22. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач.- М.: Мир, 1980.
- ✓ 23. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие / Иванов В.В. - Київ: Наукова Думка, 1986, 584 с.
24. Савула Я.Г. Метод скінченних елементів.- Київ: НМК ВО, 1993.
25. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экспериментальных задачах.- М.: Наука, 1975.

Програма складена на кафедрі обчислювальної математики.

Завідувач кафедри
обчислювальної математики,
доктор фізико-математичних
наук, професор



Г.Г.Цегелик