

НЕСТАЦІОНАРНІ РІВНЯННЯ ЗБУРЕНОГО РУХУ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ АНТЕННОЇ СИСТЕМИ

В. В. Новицький, А. Я. Бакушевич

*Ін-т математики НАН України
Україна, 01601, Київ, вул. Терещенківська, 3*

Я. М. Бакушевич

*Тернопіл. техн. ун-т
Україна, 46001, Тернопіль, вул. Руська, 56*

An equation defining the perturbed motion is found for a nonlinear model of biaxial antenna. The structure of the first approximation of forces acting on the antenna is studied.

Отримано рівняння збуреного руху для нелінійної моделі двовісної антени. У першому наближенні досліджено структуру сил, які діють на антену.

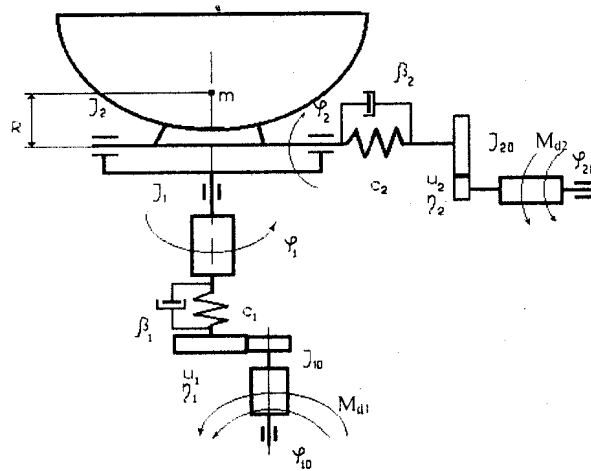
Реальна механічна схема опорно-поворотного пристрою (ОПП) антени має практично нескінченне число степеней вільності. Тому дослідження динаміки ОПП, обладнаного електроприводом, потрібно починати із складання фізичної моделі та встановити основні зовнішні навантаження, маси і зв'язки між ними. При цьому слід виходити з припущення, що інерційні властивості системи повинні виражатися мінімальною кількістю зосереджених мас, з'єднаних безінерційними, пружними кінематичними зв'язками, які дають можливість досить точно визначити навантаження, що виникають. Для систем з нелінійними зв'язками і змінними параметрами (якими є антенні установки) надмірне ускладнення моделі може привести лише до уявного уточнення [1].

При русі антенної установки в ОПП можуть виникати складні коливання, викликані вітровими навантаженнями, інерційними властивостями установки при пуску та гальмуванні. Коливання, які виникають у перехідних режимах, викликають збільшення динамічних навантажень в елементах ОПП. При розрахунках на міцність таких елементів слід враховувати коефіцієнти жорсткості елементів антени, оскільки навантаження, обчислені з урахуванням податливості, можуть бути в декілька разів більшими, ніж навантаження абсолютно жорстких систем. Крім того, при русі антенного посту власні коливання ОПП можуть бути близькими до зовнішніх імпульсів та частот, наприклад коливання палуби корабля, динамічної складової вітру, вібрація корпусу корабля, гелікоптера і т. п. [2]. У цьому випадку виникає небезпека появи резонансних явищ, які можна виявити при використанні адекватної динамічної моделі в період проектування.

При складанні рівнянь руху ОПП антенного посту скористаємось рівняннями Лагранжа II роду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i}, \quad i = \overline{1, n},$$

де T — кінетична енергія системи, q_i — узагальнені координати, Π — потенціальна



Динамічна модель ОПП азимутально-кутомісної антени.

енергія, Φ — функція розсіювання або дисипативна функція.

Уявимо динамічну модель антенної установки у вигляді чотиримасової системи (рисунок). На рисунку зображено привід першої осі ОПП (азимутальна вісь для азимутально-кутомісної підвіски) у вигляді двох зосереджених мас та привід другої осі (кутомісна вісь). Маси з моментами інерції J_{10} , J_{20} відповідають масам ОПП, що зведені до валів двигунів. Всі маси на виконавчих осях антени зведено до моментів інерції J_1^{np} і J_2^{np} ; φ_{10} , φ_{20} — узагальнені координати на валах двигунів (відповідно азимутальна, кутومیсна осі), φ_1 , φ_2 — узагальнені координати на виконавчих осях.

Між масами встановлено редуктори з передаточними відношеннями u_1 та u_2 . Пружність, яка існує у валах осей і приводу, а також у зубцях передаточного механізму, муфтах і т. д., зведено до валу виконавчого механізму і позначено c_1 і c_2 . Процеси демпфування враховано за допомогою коефіцієнтів демпфування β_1 і β_2 . Будемо вважати, що на валах двигунів діють моменти M_{d1} і M_{d2} , а на виконавчі маси — моменти опору M_{c1} і M_{c2} .

Моменти електродвигунів можуть задаватись за допомогою різних характеристик (статичних і динамічних) в залежності від типу електроприводу (двигунів постійного струму, асинхронних, синхронних, крокових). У наш час широке застосування отримали двигуни постійного струму незалежного збудження. Рівняння, яке описує перехідні процеси в такому двигуні при постійному магнітному потоці Φ_d , має вигляд [3]

$$T_d \dot{M}_d + M_d = a + b\omega,$$

де M_d — електромагнітний момент двигуна; $T_d = \frac{L_{я}}{R_{я}}$ — електромагнітна постійна часу; $L_{я} = L_{яг} + L_{яд}$ — індуктивність якірного ланцюга; $L_{яг}$, $L_{яд}$ — індуктивності генератора і двигуна; $R_{я} = R_{яг} + R_{яд}$ — активний опір якірного ланцюга; $R_{яг}$, $R_{яд}$ — активні опори генератора та двигуна; $a = \nu^{-1}$, $b = (\omega_0 \nu)^{-1}$ — параметри статичної характеристики; ν — коефіцієнт крутизни статичної характеристики; ω_0 — кутова швидкість ідеального

холостого ходу. Величини ω_0 і ν визначаються за формулами

$$\omega_0 = \frac{E_2}{k_e \Phi_\delta}, \quad \nu = \frac{R_\pi}{k_m E_2 \Phi_\delta},$$

де E_2 — е.р.с. генератора; Φ_δ — магнітний потік двигуна; k_e , k_m — коефіцієнти пропорційності струму якоря напрузі проти е.р.с.

Моменти опору, що діють на виконавчі маси, можуть зображатись різними математичними виразами в залежності від діючого на них опору. Так, сили вітру, які складаються з статичної і динамічної складових, можуть також використовуватись в динамічній моделі і рівняннях, що її описують.

Для складання рівнянь руху ОПП запишемо кінетичну, потенціальну енергії та енергію дисипації ОПП у вигляді

$$T = \frac{J_{10}}{2} \dot{\varphi}_{10}^2 + \frac{J_1^{np}(\varphi_2)}{2} \dot{\varphi}_1^2 + \frac{J_{20}}{2} \dot{\varphi}_{20}^2 + \frac{J_2^{np}}{2} \dot{\varphi}_2^2,$$

$$\Pi = \frac{C_1}{2u_1} (u_1 \varphi_1 - \varphi_{10})^2 + \frac{C_2}{2u_2} (u_2 \varphi_2 - \varphi_{20})^2 + mgR \sin \varphi_2,$$

$$\Phi = \frac{\beta_1}{2u_1} (u_1 \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_{10})^2 + \frac{\beta_2}{2u_2} (u_2 \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_{20})^2,$$

де $J_1^{np}(\varphi_2) = J_1 + mR^2 \cos^2 \varphi_2$, $J_2^{np} = J_2 + mR^2$.

Використовуючи рівняння Лагранжа II роду, після відповідних перетворень матимемо рівняння руху

$$\begin{aligned} J_{10} \ddot{\varphi}_{10} + \frac{c_1}{u_1^2} (\varphi_{10} - u_1 \varphi_1) + \frac{\beta_1}{u_1^2} (\dot{\varphi}_{10} - u_1 \dot{\varphi}_1) &= M_{d_1}, \\ [J_1 + mR^2 \cos^2 \varphi_2] \ddot{\varphi}_1 - mR^2 \sin 2\varphi_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \frac{c_1}{u_1} (u_1 \varphi_1 - \varphi_{10}) + \\ + \frac{\beta_1}{u_1} (u_1 \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_{10}) &= -M_{c_1}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} J_{20} \ddot{\varphi}_{20} + \frac{c_2}{u_2^2} (\varphi_{20} - u_2 \varphi_2) + \frac{\beta_2}{u_2^2} (\dot{\varphi}_{20} - u_2 \dot{\varphi}_2) &= M_{d_2}, \\ [J_2 + mR^2] \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} mR^2 \dot{\varphi}_1^2 \sin 2\varphi_2 + \frac{c_2}{u_2} (u_2 \varphi_2 - \varphi_{20}) + mgR \cos \varphi_2 + \\ + \frac{\beta_2}{u_2} (u_2 \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_{20}) &= -M_{c_2}. \end{aligned}$$

Запишемо рівняння (1) у матричній формі:

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq + N(q, \dot{q}) = M,$$

$$\text{де } \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{10} \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_{20} \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix}, \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{10} \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_{20} \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \varphi_{10} \\ \varphi_1 \\ \varphi_{20} \\ \varphi_2 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix}$$

$$(A_{11} = J_{10}, A_{22} = J_1 + mR^2 \cos^2 \varphi_2, A_{33} = J_{20}, A_{44} = J_2 + mR^2),$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & B_{34} \\ 0 & 0 & B_{34} & B_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left(B_{11} = \frac{\beta_1}{u_1^2}, B_{12} = -\frac{\beta_1}{u_1}, B_{22} = \beta_1, B_{33} = \frac{\beta_2}{u_2^2}, B_{34} = -\frac{\beta_2}{u_2}, B_{44} = \beta_2 \right),$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} \\ 0 & 0 & C_{34} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left(C_{11} = \frac{c_1}{u_1^2}, C_{12} = -\frac{c_1}{u_1}, C_{22} = c_1, C_{33} = \frac{c_2}{u_2^2}, C_{34} = -\frac{c_2}{u_2}, C_{44} = c_2 \right),$$

$$N(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2mR^2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \\ 0 \\ \frac{1}{2}mR^2 \dot{\varphi}_1^2 \sin 2\varphi_2 + mgR \cos \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_{d1} \\ -M_{c1} \\ M_{d2} \\ -M_{c2} \end{bmatrix}.$$

Якщо покласти коефіцієнти, узагальнені координати та моменти $J_{10}, J_{20}, J_1, J_2, \varphi_{10}, \varphi_{20}, c_1, c_2, \beta_1, \beta_2, M_{d1}, M_{d2}, M_{c1}, M_{c2}$ нульовими, то модель антени зводиться до моделі нестійкого конічного маятника.

У даному частковому випадку в системі рівнянь (1) перше та третє рівняння зникають, а друге та четверте, що записані в узагальнених координатах φ_1, φ_2 , наберуть вигляду

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi_2 \ddot{\varphi}_1 - \sin 2\varphi_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 &= 0, \\ \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{g}{R} \cos \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Використовуючи рівняння для стійкого маятника [4, 5], заміну $\varphi_1 = \psi, \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \theta, R = l$ та змінюючи знак при потенціальній енергії, одержуємо рівняння (2) у вигляді

$$\ddot{\psi} \sin^2 \theta + 2\dot{\theta} \dot{\psi} \sin \theta \cos \theta = 0,$$

$$\ddot{\theta} - \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta + \frac{g}{l} \sin \theta = 0,$$

що повністю збігається з системою [4].

Для одержання системи рівнянь збуреного руху запишемо узагальнені координати та моменти у вигляді

$$\begin{aligned} \varphi_{10}(t) &= \varphi_{10np}(t) + y_1(t), & \tilde{M}_{d1} &= M_{d1}^{np} + M_1, \\ \varphi_1(t) &= \varphi_{1np}(t) + y_2(t), & -\tilde{M}_{c1} &= -M_{c1}^{np} + M_2, \\ \varphi_{20}(t) &= \varphi_{20np}(t) + y_3(t), & \tilde{M}_{d2} &= M_{d2}^{np} + M_3, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{2np}(t) + y_4(t), & -\tilde{M}_{c2} &= -M_{c2}^{np} + M_4, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\varphi_{10}(t), \varphi_1(t), \varphi_{20}(t), \varphi_2(t), \tilde{M}_{d1}, -\tilde{M}_{c1}, \tilde{M}_{d2}, -\tilde{M}_{c2}$ — кути та моменти в збуреному русі, $\varphi_{10np}(t), \varphi_{1np}(t), \varphi_{20np}(t), \varphi_{2np}(t), M_{d1}^{np}, M_{d2}^{np}, -M_{c1}^{np}, -M_{c2}^{np}$ стосуються програмного руху, $y_1(t), y_2(t), y_3(t), y_4(t), M_1, M_2, M_3, M_4$ — збурення.

Після підстановки (3) в (1) отримаємо

$$\begin{aligned} J_{10} (\ddot{y}_1 + \ddot{\varphi}_{10np}) + \frac{c_1}{u_1^2} [(y_1 + \varphi_{10np}) - u_1 (y_1 + \varphi_{10np})] + \\ + \frac{\beta_1}{u_1^2} [(\dot{y}_1 + \dot{\varphi}_{10np}) - u_1 (\dot{y}_2 + \dot{\varphi}_{1np})] &= M_1 + M_{d1np}, \\ [J_1 + mR^2 \cos^2(y_4 + \varphi_{2np})] (\ddot{y}_2 + \ddot{\varphi}_{1np}) - \\ - mR^2 \sin 2(y_4 + \varphi_{2np}) (\dot{y}_2 + \dot{\varphi}_{1np}) (\dot{y}_4 + \dot{\varphi}_{2np}) + \\ + \frac{c_1}{u_1} [u_1 (y_2 + \varphi_{1np}) - (y_1 + \varphi_{10np})] + \\ + \frac{\beta_1}{u_1} [u_1 (\dot{y}_2 + \dot{\varphi}_{1np}) - (\dot{y}_1 + \dot{\varphi}_{10np})] &= M_2 - M_{c1np}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & J_{20} (\ddot{y}_3 + \ddot{\varphi}_{20np}) + \frac{c_2}{u_2^2} [(y_3 + \varphi_{20np}) - u_2 (y_4 + \varphi_{2np})] + \\
 & \quad + \frac{\beta_2}{u_2^2} [(\dot{y}_3 + \dot{\varphi}_{20np}) - u_2 (\dot{y}_4 + \dot{\varphi}_{2np})] = M_3 + M_{d_{2np}}, \\
 & [J_2 + mR^2] (\ddot{y}_4 + \ddot{\varphi}_{2np}) + \frac{1}{2} mR^2 \sin 2 (y_4 + \varphi_{2np}) (\dot{y}_2 + \dot{\varphi}_{1np})^2 + \\
 & \quad + \frac{c_2}{u_1} [u_1 (y_4 + \varphi_{2np}) - (y_3 + \varphi_{20np})] - mgR \cos (y_4 + \varphi_{2np}) + \\
 & \quad + \frac{\beta_2}{u_2} [u_2 (\dot{y}_4 + \dot{\varphi}_{2np}) - (y_3 + \varphi_{20np})] = M_4 - M_{c_2}.
 \end{aligned}$$

З точністю до першого порядку рівняння збуреного руху за змінними y_1, y_2, y_3, y_4 мають вигляд

$$\begin{aligned}
 & J_{10} \ddot{y}_1 + \frac{c_1}{u_1^2} (y_1 - u_1 y_2) + \frac{\beta_1}{u_1^2} (\dot{y}_1 - u_1 \dot{y}_2) = M_1, \\
 & [J_1 + mR^2 \cos^2 \varphi_{2np}] \ddot{y}_2 - mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \ddot{\varphi}_{1np} y_4 - mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{2np} \dot{y}_2 - \\
 & \quad - mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{y}_4 - 2mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{\varphi}_{2np} y_4 + \\
 & \quad + \frac{c_1}{u_1} (u_1 y_2 - y_1) + \frac{\beta_1}{u_1} (u_1 \dot{y}_2 - \dot{y}_1) = M_2, \tag{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & J_{20} \ddot{y}_3 + \frac{c_2}{u_2^2} (y_3 - u_2 y_4) + \frac{\beta_2}{u_2^2} (\dot{y}_3 - u_2 \dot{y}_4) = M_3, \\
 & [J_2 + mR^2] \ddot{y}_4 + mR^2 (\sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{y}_2 + \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np}^2 y_4) + \\
 & \quad + \frac{c_2}{u_2} (u_2 y_4 - y_3) - mgR \sin \varphi_{2np} y_4 + \frac{\beta_2}{u_2} (u_2 \dot{y}_4 - \dot{y}_3) = M_4.
 \end{aligned}$$

Рівняння збуреного руху для двигунів

$$\begin{aligned}
 & T_{d_1} M_1 + M_1 = b_1 \dot{y}_2, \\
 & T_{d_2} M_3 + M_3 = b_2 \dot{y}_4.
 \end{aligned} \tag{5}$$

У матричному вигляді матимемо

$$A\ddot{y} + B_1\dot{y} + C_1y = M,$$

де

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix}$$

$$(A_{11} = J_{10}, A_{22} = J_1 + mR^2 \cos^2 \varphi_{2np}, A_{33} = J_{20}, A_{44} = J_2 + mR^2),$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & -B_{42} \\ 0 & 0 & B_{33} & B_{34} \\ 0 & B_{42} & B_{34} & B_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left(B_{11} = \frac{\beta_1}{u_1^2}, B_{12} = -\frac{\beta_1}{u_1}, B_{22} = \beta_1 - mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{2np}, B_{33} = \frac{\beta_2}{u_2^2}, B_{34} = -\frac{\beta_2}{u_2}, \right. \\ \left. B_{42} = mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np}, B_{44} = \beta_2 \right),$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & C_{24} \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} \\ 0 & 0 & C_{34} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left(C_{11} = \frac{c_1}{u_1^2}, C_{12} = -\frac{c_1}{u_1}, C_{22} = c_1, C_{24} = -mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \ddot{\varphi}_{1np} + 2mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{\varphi}_{2np}, \right. \\ \left. C_{33} = \frac{c_2}{u_2^2}, C_{34} = -\frac{c_2}{u_2}, C_{44} = c_2 + mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np}^2 - mgR \sin \varphi_{2np} \right).$$

Розіб'ємо матриці B_1, C_1 на симетричні і кососиметричні частини [4], поклавши $B_1 = B + G, C_1 = C + P$. Тоді матимемо

$$A\ddot{y} + (B + G)\dot{y} + (C + P)y = M,$$

де симетричні матриці B і C відповідають дисипації і потенціальним силам, а кососиметричні G і P — гіроскопічним і неконсервативним силам:

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & B_{34} \\ 0 & 0 & B_{34} & B_{44} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & \frac{C_{24}}{2} \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} \\ 0 & \frac{C_{24}}{2} & C_{34} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left(B_{11} = \frac{\beta_1}{u_1^2}, B_{12} = -\frac{\beta_1}{u_1}, B_{22} = \beta_1 - mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{2np}, B_{33} = \frac{\beta_2}{u_2^2}, B_{34} = -\frac{\beta_2}{u_2}, B_{44} = \beta_2, C_{11} = \frac{c_1}{u_1^2}, C_{12} = -\frac{c_1}{u_1}, C_{22} = c_1, C_{24} = -mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \ddot{\varphi}_{1np} + 2mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{\varphi}_{2np}, C_{33} = \frac{c_2}{u_2^2}, C_{34} = -\frac{c_2}{u_2}, C_{44} = c_2 + mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np}^2 - mgR \sin \varphi_{2np} \right),$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_{42} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{24}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_{24}}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left(B_{42} = mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np}, C_{24} = -mR^2 \sin 2\varphi_{2np} \ddot{\varphi}_{1np} + 2mR^2 \cos 2\varphi_{2np} \dot{\varphi}_{1np} \dot{\varphi}_{2np} \right).$$

Із проведених вище досліджень випливає, що у першому наближенні модель динаміки антенної системи включає в себе окрім дисипативних та потенціальних сил гіроскопічні та неконсервативні сили, які породжуються відповідними програмними рухами.

Використовуючи модель (4), (5), можна дослідити різні режими руху антени і ОПП. В залежності від форми задання моментів опору антени з'являється можливість дослідження гальмування системи та динамічних навантажень, які виникають в цьому режимі. Крім того, виходячи з результатів початкового дослідження динаміки, можна підібрати такі характеристики гальмуючого моменту, при яких динамічні навантаження на ланки будуть мінімальними.

1. *Белянский П.В., Сергеев Б.Г.* Управление наземными антеннами и радиотелескопами. — М.: Сов. радио, 1980. — 280 с.
2. *Бакушевич Я.М., Гладько Ю.Б., Михайлишин М.С.* Применение метода Денавита–Хартенберга для оптимального управления антенными установками // Тез. докл. 3-й междунар. науч.-техн. конф. „Контроль и управление в технических системах” — Винница, 1995. — Ч. 2. — С. 529.
3. *Вейц В.Л.* Динамика машинных агрегатов. — Л.: Машиностроение, 1969. — 368 с.
4. *Меркин Д.Р.* Гироскопические системы. — М: Наука, 1974. — 344 с.
5. *Гаральд І.* Класична механіка / Пер. з нім. Р. Гайда, Ю. Головач. — Львів: Львів. нац. ун-т, 1999. — 464 с.

Одержано 22.02.2002