

**АВТОКОЛЕБАНИЯ СТРУИ, НАТЕКАЮЩЕЙ НА КЛИН.  
МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ****И. В. Вовк, В. Т. Гринченко, В. С. Малюга***Ин-т гидромеханики НАН Украины  
ул. Желябова, 8/4, Киев, 03057, Украина*

*By directly finding a numerical solution of a nonstationary system of Navier–Stokes equations, we solve the problem of a sunken stream formed by a narrow channel, a nozzle, flowing over a sharp and rigid wedge. We obtained data on time dependence of vortex fields and pressure fields in the courses of a transient process and the process of stationary self-induced oscillations in the stream. We found that, in a transient process, a role of hydrodynamic feedback channels is played by vortex formations that are generated at the moment when the stream meets the wedge and moving against the stream flow. During the process of self-induced oscillations, the hydrodynamic feedback channel is formed by a pressure difference at the wedge faces and its periodic change of sign. This causes a periodic flow of the medium from one face of the wedge to another, which induces periodic transverse deflection of the stream. A comparison of a theoretical estimate for the frequency of self-induced oscillations of the stream with its experimentally obtained value shows their coincidence with graphical accuracy.*

*Шляхом безпосереднього числового розв'язання нестационарної системи рівнянь Нав'є – Стокса розв'язано задачу про натікання затопленого струменя, сформованого вузьким каналом (соплом), на гострий жорсткий клин. Отримано дані про залежності полів завихреності та полів тиску від часу протягом перехідного процесу і процесу сталих автоколиваний струменя. Встановлено, що протягом перехідного процесу роль гідродинамічного каналу зворотного зв'язку відіграють вихрові утворення, що виникли в момент початкового натікання променя на клин і рухаються проти течії променя. У процесі сталих автоколиваний гідродинамічний канал зворотного зв'язку формується за рахунок різниці тисків на гранях клина і періодичної зміни їх знака, що викликає періодичний потік середовища з однієї грані клина на іншу і, як наслідок, періодичні поперечні відхилення струменя. Порівняння теоретично оціненої частоти автоколиваний струменя з експериментальним значенням показує їхній збіг з графічною точністю.*

**1. Введение.** Изучение гидродинамических явлений, возникающих при натекании струи жидкости или газа на жесткий клин, имеет давнюю историю, и связано это с обнаружением интереснейшего эффекта — возникновения поперечных автоколебаний струи, которые в свою очередь порождают звуковые волны. Еще в 1912 г. W. König [1] экспериментально оценил частоту автоколебаний струи и генерируемого при этом звука. Позже, на протяжении более ста лет, уделялось достаточно много внимания изучению этих гидродинамических явлений, главным образом экспериментально (см., например, [2–7] и приведенную там библиографию). В частности, экспериментально были установлены связи между скоростью струи, частотой автоколебаний и геометрическими параметрами системы „сопло-клин”. Обнаружено, что обратная связь в такой системе имеет чисто гидродинамический характер, т. е. частота автоколебаний пропорциональна скорости струи. На качественном уровне предложено объяснение процесса возбуждения автоколебаний струи, заключающееся в том, что „... автоколебания обусловлены игрой сил инерции частиц струи, подъемных сил, вызванных эффектом Бернулли, и сил, вызванных ударом

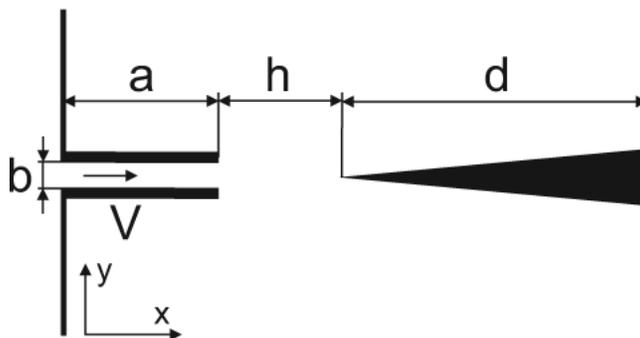


Рис. 1. Геометрия расчетной области.

струи о грани клина, которые обеспечивают торможение струи и обуславливают появление значительных градиентов давления на гранях клина, непосредственно прилегающих к ребру клина...» [7]. Что касается теоретических работ, то следует упомянуть статью D. G. Crighton [5], где представлена линейная теория, позволяющая оценивать частоты колебаний струи для частного случая, когда клин вырождается в бесконечно тонкую пластину.

Подводя итог, можно заключить, что как процесс возбуждения поперечных колебаний струи, так и механизм обратной связи, возникающий в системе „сопло-клин”, все еще остаются недостаточно глубоко изученными. Нам представляется, что в этой ситуации постановка и решение гидродинамической задачи о натекании струи на клин методом прямого численного решения соответствующей системы уравнений Навье – Стокса даст возможность получить дополнительные количественные данные, анализ которых позволит углубить физическое понимание процесса возбуждения колебаний струи и формирования в системе „сопло-клин” гидродинамической обратной связи.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим задачу о натекании узкой струи жидкости или газа на клин. Расчетная область и принятые обозначения представлены на рис. 1. Вся расчетная область занимает прямоугольник  $0 \leq x \leq L_1$ ,  $0 \leq y \leq L_2$ . Будем полагать, что струя формируется в узком затопленном канале (сопле) шириной  $b$  и длиной  $a$ . В этот узкий канал жидкость подается на левом торце ( $x = 0$ ), где задана постоянная скорость  $V$ . Затем через открытый (правый) конец канала струя попадает в основную расчетную область, заполненную той же жидкостью или газом. Далее струя натекает на узкий клин, расположенный вниз по потоку на расстоянии  $h$  от открытого конца канала. Покидает расчетную область поток через правую границу ( $x = L_1$ ). Также будем полагать, что стенки узкого канала, из которого истекает струя, и клин неподвижны и абсолютно жесткие.

**3. Метод численного решения задачи.** Задача решается в рамках модели вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости и, следовательно, основным параметром задачи является число Рейнольдса. Поскольку в задаче есть не один, а несколько заданных размеров, два из которых являются существенными ( $b$  и  $h$ ), любой из них может быть в принципе принят за масштаб длины и, следовательно, число Рейнольдса может быть определено различным образом. Остановимся более детально на выборе масштаба длины.

Объектом данного исследования являются особенности движения среды во всей расчетной области, однако наибольший интерес представляет течение в области между узким каналом, из которого выходит струя, и клином, который является барьером на пути движения струи. Именно в этой области развиваются два сдвиговых слоя, которые формируются как пристенные сдвиговые слои на поверхностях узкого канала, а затем на выходе из узкого канала отрываются и развиваются как свободные сдвиговые слои, которые затем натекают на клин. В связи с этим наиболее естественно определить число Рейнольдса по расстоянию  $h$  между узким каналом и клином, поскольку именно вдоль этой области происходит развитие сдвиговых слоев:  $Re = Vh/\nu$ , где  $\nu$  — кинематическая вязкость среды (в данной работе в качестве среды выбран воздух с кинематической вязкостью  $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ). При этом масштабом длины является расстояние  $h$ , масштабом скорости — величина  $V$ , т. е. скорость потока на входе в узкий канал, масштабом времени — величина  $h/V$ , а масштабом давления — удвоенный скоростной напор  $pV^2$ .

В рамках принятой модели процесс описывается нестационарной системой уравнений Навье – Стокса. На внешней границе расчетной области задавались следующие граничные условия для скорости: равномерный поток на входе в расчетную область ( $x = 0$ ,  $(L_2 - b)/2 < y < (L_2 + b)/2$ ), условие прилипания на твердых поверхностях узкого канала и клина, условие проскальзывания на внешней границе расчетной области, за исключением выхода потока, „мягкие” граничные условия, соответствующие равенству нулю нормального градиента скорости, на выходе из расчетной области ( $x = L_1$ ,  $0 < y < L_2$ ). Для давления условие равенства нулю нормального градиента формулировалось по всей границе расчетной области, за исключением выхода из расчетной области. На выходе задавалось постоянное давление ( $p = 0$ ). При расчетах принимались следующие значения параметров, используемых в экспериментальной работе [6]: угол раствора клина  $9,4^\circ$ , ширина узкого канала  $b = 1,1 \text{ мм}$ , длина узкого канала (сопла)  $a = 10 \text{ мм}$ , длина клина  $d = 20 \text{ мм}$ , расстояние от узкого канала до вершины клина  $h = 4,8 \text{ мм}$ , скорость, с которой воздух входит в узкий канал,  $V = 5 \text{ м/с}$ , что обеспечивает выполнение условия  $M \ll 1$  (где  $M$  — число Маха). Размеры расчетной области были взяты следующие:  $L_1 = 250 \text{ мм}$ ,  $L_2 = 100 \text{ мм}$ . Заметим, что эти геометрические параметры идентичны геометрическим параметрам, принятым в экспериментальной работе [6], что в дальнейшем позволит сравнить результаты экспериментов с нашими расчетами.

Для численного решения сформулированной задачи использовался метод конечных объемов. Пространственная дискретизация выполнялась на триангулярной сетке со сгущением узлов вблизи твердых поверхностей узкого канала и клина (рис. 2). Длина стороны треугольного контрольного объема в непосредственной близости к вершине клина не превышала  $h \cdot 10^{-4}$ . Расчетная сетка была сгенерирована с помощью свободно распространяемого генератора с открытым кодом Gmsh.

Детальное описание дискретизации задачи и методов, использованных для ее решения, приведено в [8]. При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM. Для вычисления интегралов по контрольному объему использовалась общая процедура Гаусса, согласно которой интеграл по контрольному объему представляется через интеграл по его поверхности, а значение функции на поверхности контрольного объема интерполируется из значений функции в центроидах соседних объемов. Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема limitedLinearV — TVD форма центрально-разностной схемы для векторного поля с ограничителем потока типа Sweby, имплементированная в OpenFOAM. Нормальные градиенты скорости на поверх-

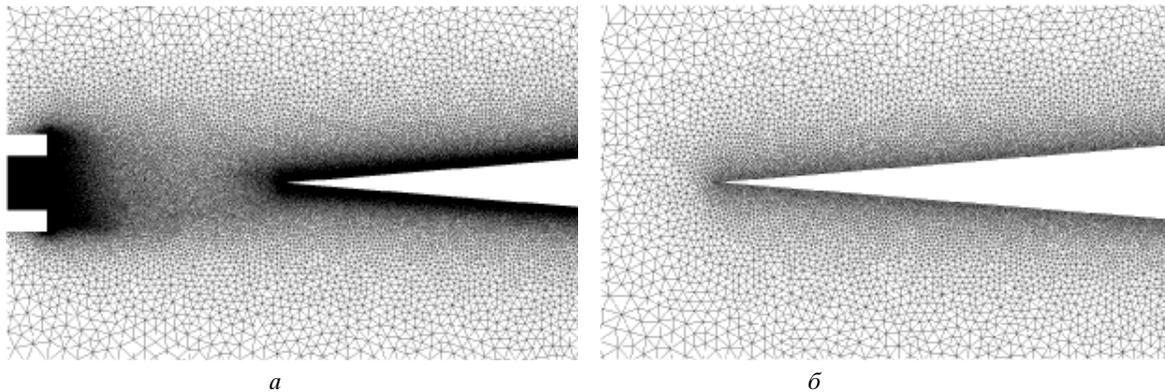


Рис. 2. Триангулярная сетка, на которой проводилась пространственная дискретизация задачи: *a* — часть расчетной области между узким каналом и клином, *б* — увеличенное изображение области вблизи ребра клина.

ности контрольного объема, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, вычислялись из значений скорости в центроидах соседних контрольных объемов по схеме второго порядка. На неортогональных участках сетки использовалась процедура коррекции погрешности, вызванной неортогональностью сетки. В качестве схемы дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (backward differencing).

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура PISO (pressure implicit split operator) с числом корректоров 4. Детальное описание процедуры PISO может быть найдено в учебной литературе по вычислительной гидромеханике. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы PCG и PBiCG (preconditioned (bi-)conjugate gradient — метод (би-) сопряженных градиентов с предобуславливанием) для симметричных и асимметричных матриц соответственно, которые также имплементированы в тулбок OpenFOAM, хотя доступны и в других свободно распространяемых библиотеках с открытым кодом. В качестве предобуславливателя были выбраны процедуры DIC (diagonal-based incomplete Cholesky preconditioner — предобуславливатель, основанный на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого) и DILU (diagonal-based incomplete LU preconditioner — предобуславливатель, основанный на упрощенной неполной LU факторизации) для симметричных и асимметричных матриц соответственно. Более детальное описание использованных численных процедур приведено [8].

**4. Анализ численных результатов.** Анализ полученных численных результатов будем проводить в два этапа. На первом этапе рассмотрим переходный процесс, приводящий к возбуждению поперечных колебаний струи, а на втором этапе — уже установившийся процесс автоколебаний струи.

Перейдем к первому этапу. На рис. 3 и 4 представлены соответственно поля давления и поля завихренности (вместе с распределениями давлениями на поверхностях клина) для четырех характерных моментов времени переходного процесса. На рис. 3, *a* и 4, *a*

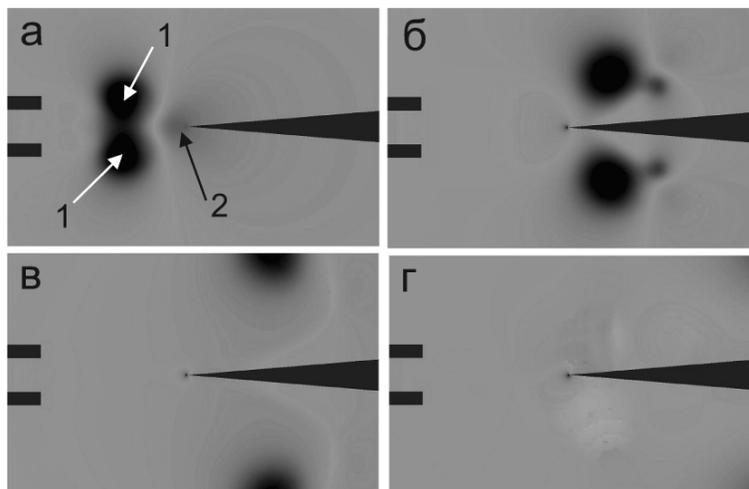


Рис. 3. Поле давления в течение переходного процесса (1 — области низкого давления, 2 — области высокого давления).

показан начальный момент, когда струя только вышла из канала и преодолела примерно половину расстояния между каналом и клином. Как и следовало ожидать, на конце струи образовались два закрученных в противоположные стороны вихря, внутри которых наблюдается низкое давление. На гранях клина давление близко к нулю, а непосредственно около ребра давление несколько повышается и на самом ребре клина достигает уровня примерно 5 Па. Некоторая парадоксальность ситуации, заключающаяся в том, что струя еще не достигла клина, а на его гранях уже образуется пограничный слой и повышенное давление на самом ребре, объясняется издержками принятой нами модели несжимаемой среды. Перейдем к следующему характерному моменту времени, когда струя достигла клина и начинает взаимодействовать с ним (см. рис. 3, б и 4, б). В результате на каждой грани образуется пара закрученных в противоположные стороны вихрей, которые начинают отдаляться от граней клина. При этом давление во всех вихрях остается низким, а давление на ребре клина растет. Далее вихри еще более отдаляются от клина (см. рис. 3, в и 4, в), а на гранях клина образуются характерные двойные слои завихренности разного знака. И хотя поля завихренности и давления остаются пока симметричными относительно продольной оси гидродинамической системы „сопло-клин”, появляются весьма важные факторы, которые могут привести к неустойчивости струи. Во-первых, возникшие двойные слои завихренности разного знака характеризуются значительными поперечными (в направлении оси  $Oy$ ) градиентами завихренности, что, как известно [2–4, 7], способствует неустойчивости потока. Во-вторых, что еще более важно, вихри, которые поначалу отдалялись от клина (см. рис. 3, в и 4, в) начали медленно двигаться против направления движения струи, одновременно прижимаясь к граням клина (см. рис. 3, г и 4, г). Таким образом, часть энергии струи возвратилась назад и начала воздействовать на струю в области грани клина и этот эффект, по сути, следует понимать, как появление гидродинамической обратной связи. Обратная связь еще сильнее увеличивает градиенты завихренности на верхней и нижней гранях клина, что в свою очередь неизбежно приводит к асимметрии полей завихренности и давления в гидродинамической системе „сопло-клин” и, как следствие, струя начинает отклоняться вверх или вниз. Действительно, уже в

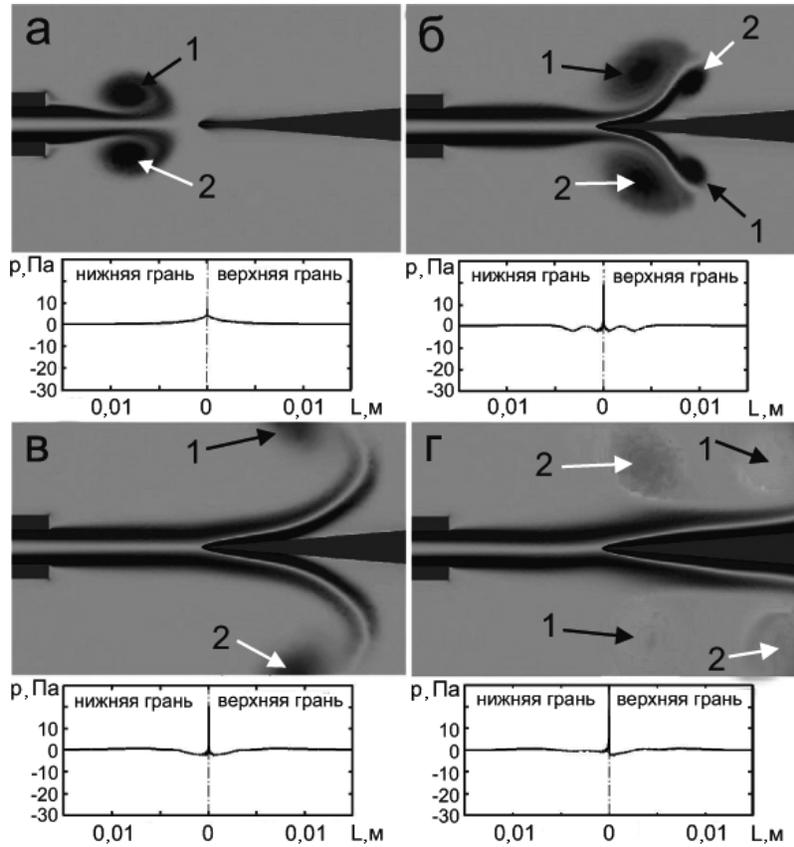


Рис. 4. Поле завихренности и распределение давления на поверхностях клина в течение переходного процесса (1 — области положительной завихренности, т. е. жидкость закручивается против часовой стрелки, 2 — области отрицательной завихренности, т. е. жидкость закручивается по часовой стрелке).

следующий характерный момент времени на рис. 3, 2 и 4, 2 можно наблюдать начало появления асимметрии рассматриваемых полей и распределений давления на гранях клина. Как видно, в непосредственной окрестности ребра давление на нижней грани стало чуть выше, чем давление на верхней грани, и поэтому в силу закона Бернулли в среде появились поперечные силы, направленные в положительном направлении оси  $Oy$ , что и вызвало чуть заметное отклонение струи вверх. Как мы убедимся ниже, разность давлений на нижней и верхней гранях и периодическая смена ее знака за счет воздействия гидродинамического канала обратной связи и обеспечивает устойчивые автоколебания струи.

Перейдем ко второму этапу и рассмотрим установившийся процесс автоколебаний струи. На рис. 5 представлены поля завихренности (и распределение давления на гранях клина), а на рис. 6 — поля давления для четырех моментов времени в течение одного периода колебаний струи. Анализ начнем с рис. 5, а и 6, а для момента времени  $t = 0$ . Здесь хорошо видно, что струя находится в верхнем крайнем положении и изогнулась так, что

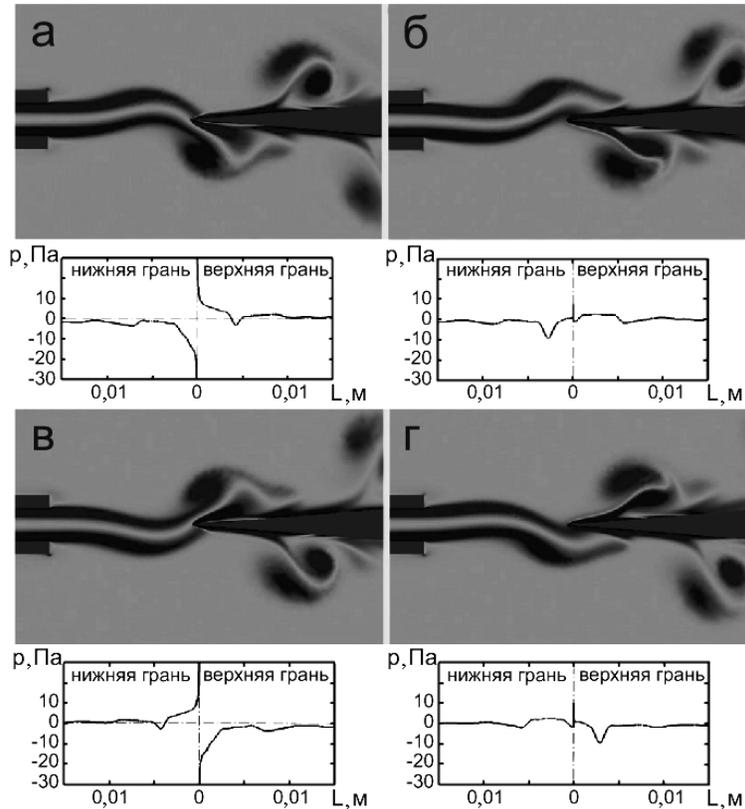


Рис. 5. Поле завихренности и распределение давления на поверхностях клина в течение одного периода установившихся колебаний струи с шагом по времени  $T/4$ . Как и на рис. 4, верхний сдвиговый слой, набегающий на клин, имеет положительную завихренность, нижний — отрицательную.

почти перпендикулярно натекает на часть поверхности верхней грани, непосредственно прилегающую к ребру клина. По сути, струя ударяет по этой поверхности. Очевидно, давление на этом участке поверхности должно резко увеличиться, что и подтверждается характером распределения давления на верхней грани клина (рис. 5, а) и поля давления (рис. 6, а) в среде над верхней гранью. В это же время в зоне ребра на нижней грани находится вихрь, давление внутри которого очень низкое, что обуславливает резкое снижение давления на части поверхности нижней грани, непосредственно прилегающей к ребру клина, и поля давления в среде под нижней гранью. Разность давлений на гранях (в силу эффекта Бернулли) вызывает поток среды из области верхней грани в область нижней грани, который заставляет струю смещаться вниз. Это движение струи уже заметно через четверть периода (см. рис. 5, б). При этом давление на гранях клина сильно уменьшается и практически выравнивается. Через половину периода, т. е. при  $t = T/2$ , струя уже переместилась в нижнее крайнее положение и картина полей завихренности и давления стала точно противоположной картине, изображенной на рис. 5, а и 6, а. Теперь струя почти перпендикулярно натекает на часть поверхности нижней грани, непосредственно прилегающую к ребру клина, и давление на этом участке поверхности резко увеличивается. В это же время в зоне ребра на верхней грани находится вихрь, давление внутри которого очень низкое, что обуславливает резкое снижение давления на

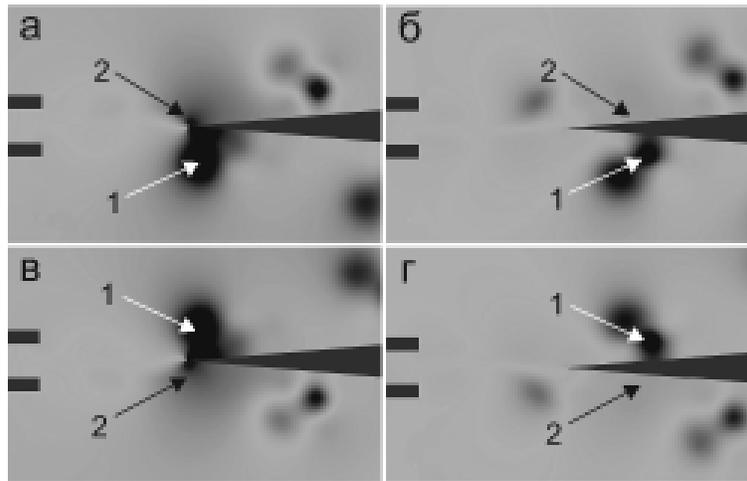


Рис. 6. Поле давления в течение одного периода установившихся колебаний струи с шагом по времени  $T/4$  (1 — области низкого давления, 2 — области высокого давления).

части поверхности нижней грани, непосредственно прилегающей к ребру клина, и поля давления в среде над верхней гранью. Теперь разность давлений на гранях вызывает поток среды из области нижней грани в область верхней грани, который заставляет струю начинать смещаться вверх. Это движение струи становится заметным еще через четверть периода ( $t = 3T/4$ ) (см. рис. 4, б). При этом давление на гранях клина снова сильно уменьшается и практически выравнивается. При дальнейшем увеличении времени весь описанный цикл изменений полей завихренности и полей давлений в течение периода повторяется. Таким образом, при установившихся колебаниях струи канал гидродинамической обратной связи формируется за счет разности давлений на гранях клина и периодической смены их знака, что вызывает периодический (знакопеременный) поток среды с одной грани клина на другую и, как следствие, периодические поперечные колебания струи.

Представляется интересным сравнить результаты наших расчетов с экспериментальными данными. Поскольку геометрические параметры рассматриваемой гидродинамической системы „сопло-клин” идентичны системе, рассмотренной в [6], можно полагать, что сравнение результатов будет достаточно достоверным. Наши расчеты показали, что при скорости струи 5 м/с период автоколебаний струи составляет  $\sim 0,002$  с (соответствует частоте  $\sim 500$  Гц). Сравнение этих данных с данными, приведенными в [6], позволяет убедиться, что расчетная частота автоколебаний струи с графической точностью совпадает с частотой, оцененной экспериментально.

В заключение следует отметить, что периодическая смена давления на гранях клина является прямой причиной возникновения источника звуковых колебаний дипольного типа, который неоднократно экспериментально наблюдался многими исследователями.

**5. Выводы.** 1. Путем прямого численного решения нестационарной системы уравнений Навье – Стокса решена задача о натекании затопленной струи, сформированной узким каналом (соплом), на острый жесткий клин.

2. Получены и проанализированы данные о зависимостях полей завихренности и полей давления от времени в течение переходного процесса, приводящего к возбуждению

поперечных колебаний струи, и процесса установившихся автоколебаний струи. В частности, установлено, что в течение переходного процесса роль гидродинамического канала обратной связи выполняют вихревые образования, возникшие в момент первоначального натекания струи на клин, движущиеся против течения струи и прижимающиеся к граням клина. Когда же процесс автоколебаний установился, гидродинамический канал обратной связи формируется за счет разности давлений на гранях клина и периодической смены их знака, что вызывает периодический (знакопеременный) поток среды с одной грани клина на другую и, как следствие, периодические поперечные колебания струи.

3. Сравнение теоретически оцененного, такого важного интегрального параметра, как частота автоколебаний струи, с экспериментальным значением частоты показывает их совпадение с графической точностью.

1. *König W.* Zur Theorie der Scilneidentine // *Phys. Z.* — 1912. — **13**. — S. 1053–1054.
2. *Ричардсон Э.* Динамика реальных жидкостей. — М.: Мир, 1965. — 328 с.
3. *Powell A.* On the edgetone // *J. Acoust. Soc. Amer.* — 1961. — **33**, № 4. — P. 395–409.
4. *Lucas M., Rockwell D.* Self-excited jet: upstream modulation and multiple frequencies // *J. Fluid Mech.* — 1984. — **147**. — P. 333–352.
5. *Crighton D. G.* The edgeton feedback cycle; linear theory for the operating stages // *J. Fluid Mech.* — 1992. — **234**. — P. 361–391.
6. *Кондратьев В. И., Назаренко Т. И.* Клиновый тон и его усиления // *Аэроакустика*. — М.: Наука, 1980. — 144 с.
7. *Вовк И. В., Гринченко В. Т.* Звук, рожденный потоком. — Киев: Наук. думка, 2010. — 221 с.
8. *Малюга В. С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // *Прикл. гідромеханіка*. — 2010. — **12**, № 4. — С. 45–62.

Получено 16.06.15