8.4. Нехай p - просте, $\mathbb{F}_{p^n}$ - поле, $\alpha \in \mathbb{F}_{p^n}$. $f_\alpha(x) = (x-\alpha)(x-\alpha^p)(x-\alpha^{p^2})\dots(x-\alpha^{p^{n-1}})$

$\operatorname{char} \mathbb{F}_{p^n} = p$, $F: \mathbb{F}_{p^n} \to \mathbb{F}_{p^n}$ - ендоморфізм Фробеніуса. $\#\mathbb{F}_{p^n} < \infty$, F - ін'єктивний ен гомоморфізм полів. Отже, F - автоморфізм

Тоді $\langle F \rangle \leq \operatorname{Aut}(\mathbb{F}_{p^n})$ - підгрупа в групі автоморфізмів.

Тоді $f_\alpha(x) = \prod_{i=0}^{n-1} (x - F^i(\alpha))$.

Помітимо, що $x \in \mathbb{F}_p \iff F(x) = x$, оскільки $f_x = x^p - x = \prod_{\beta \in \mathbb{F}_p} (x-\beta)$

Подіємо елементом $F^k = \langle F \rangle$ на $f_\alpha(x)$. $F^k f_\alpha(x) = \prod_{k+i \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}} (x - F^{k+i}(\alpha)) = f_x$.

Оскільки перестановка залишає нерухомим поліном, то залишає нерух. коефіцієнти.

Тоді $f_\alpha \in \mathbb{F}_p[x]$. Відповідно, $N = \alpha^{1+p+p^2+\dots+p^{n-1}} \in \mathbb{F}_p[x]$ ен вільний коефіцієнт.

$\operatorname{Tr}\alpha = \alpha + \alpha^p + \dots + \alpha^{p-1} \in \mathbb{F}_p$ ен коеф. при x^{n-1}.