4. Довести, що $\forall$ простого $p \neq 3$ добуток породжуючих елемен-

ментів $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ рівний 1.

Для $p=2$, це очевидно, тому вважатимемо $p>3$.

~~$\forall g$~~ Якщо G група, то

$\forall g \in G: \langle g \rangle = G \Rightarrow \langle g^{-1} \rangle = G$

Якщо $\langle g \rangle = G$, але при цьому $g = g^{-1}$, то $g^2 = e$ $\Rightarrow |G| = 2$.

Так як при $p>3$, $|(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times| = p-1 > 2$, то $\forall g \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$: $\langle g \rangle = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times \Rightarrow g \neq g^{-1}$ і $\langle g^{-1} \rangle = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$.

Тобто при $p>3$ всі породжуючі елементи $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ розбиваються на ~~взає~~ пари обернених, а тому їх добуток це 1.