$\boxed{1}$ Лема Гаусса: добуток примітивних многочленів є примітивним многочленом.

Доведення (від супротивного)

Припустимо, що $f(x) = \sum_{i=0}^{n_1} a_i x^i$, $g(x) = \sum_{j=0}^{n_2} b_j x^j$ – примітивні (тобто належать $\mathbb{Z}[x]$, причому коефіцієнти кожного взаємопрості: $(a_0, a_1, \dots, a_{n_1}) = 1$, $(b_0, b_1, \dots, b_{n_2}) = 1$)

а $fg(x) = \sum_{m=0}^{n_1+n_2} \left(\sum_{i+j=m} a_i b_j \right) x^m$ – не примітивний.

fg - не примітивний $\Rightarrow \exists$ просте $p \in \mathbb{N}$, яке є дільником коефіцієнтів fg

f, g - примітивні $\Rightarrow \exists$ $l = \min\{0 \le i \le n_1 : p \nmid a_i\}$,
$k = \min\{0 \le j \le n_2 : p \nmid b_j\}$

Розглянемо коеф fg при x^{l+k}: $\sum\limits_{i+j=l+k} a_i b_j$,

тут $p \nmid a_l b_k$, але $p \mid a_i b_j$ всі інші з цієї суми $\Rightarrow p \nmid \sum\limits_{i+j=l+k} a_i b_j$ ✓

Протиріччя. Отже, fg - примітивний ∎