1. а) Подайте приклад трьох натуральних чисел які є взаємно прости-
ми але не є взаємнопростими у парах.
   б) Доведіть що існує нескінченно багато простих чисел.
   в) Покажіть, що існують як завгодно великі інтервали між сусідніми
простими числами.

...кативна ... ція мультиплі-

Задачі 1

1) а) Наприклад: 6, 10, 15

$(6, 10, 15) = (2\cdot 3, 2\cdot 5, 3\cdot 5) = 1$, але

$(6, 10) = 2$, $(6, 15) = 3$, $(10, 15) = 5$

б) Нехай маємо довільний скінченний список з простих:

$p_1, p_2, \dots, p_n$. Нехай $P := p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$ і $X := P + 1$. X мусить бути або простим, або складеним.

Якщо X просте, то отримаємо ще одне просте, яке не лежить в переліку ($X > p_i$).

Якщо X не просте, тоді воно має певний простий дільник p. Якщо цей дільник p належить списку, тоді він ділить P. А тоді

~~і~~ $p \mid ((P+1)-P) \Rightarrow p \mid 1$, але оск. жодне просте не ділить 1, то p не в списку. Це значить, що принаймні одне просте існує поза цим списком

Отже, маємо, що для довільного скінченного списку простих існує просте поза цим списком

в) Розглянемо таку множину з послідовних натуральних чисел: $n!+2, n!+3, \ldots, n!+n$

Кожне з них складене (перше ділиться на 2, друге на 3, ...) і таку множину можна будувати довільної довжини, беручи необхідні n. Оскільки ці числа лежать між якимось двома простими, то маємо доведення.