

Е.А. Буряченко (Донецкий национальный университет)

Единственность решения задачи Дирихле для правильно эллиптических уравнений произвольного четного порядка $2m$

Для уравнения произвольного четного порядка $2m$, $m > 2$:

$$L(\partial)u = a_0 \frac{\partial^{2m} u}{\partial x_1^{2m}} + a_1 \frac{\partial^{2m} u}{\partial x_1^{2m-1} \partial x_2} + \dots + a_{2m-1} \frac{\partial^{2m} u}{\partial x_1 \partial x_2^{2m-1}} + a_{2m} \frac{\partial^{2m} u}{\partial x_2^{2m}} = f(x), \quad (1)$$

рассматривается задача Дирихле в единичном круге $K = \{x \in R^2 : |x| \leq 1\}$,

$$u|_{\partial K} = \chi_0, \quad u'_v|_{\partial K} = \chi_1, \quad \dots, \quad u_v^{(m-1)}|_{\partial K} = \chi_{m-1}, \quad (2)$$

где $f(x)$, $\chi_0, \chi_1, \dots, \chi_{m-1}$ – заданные функции, \vec{v} – единичный вектор внешней нормали,

$\partial_x = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2} \right)$ – вектор-градиент, $a_i \in C, i = 0, 1, \dots, 2m$.

В работе получен критерий единственности решения поставленной задачи в общем положении, а также в случаях, когда корни характеристического уравнения $L(1, \lambda) = 0$ принимают значения $\pm i$ и некоторые из них могут иметь кратность $k = 2, 3, \dots, 2m$. Заметим, что случай $k = 1$ был рассмотрен в работе [1]. Особо выделены случаи правильной эллиптичности оператора в уравнении (1).

В терминах углов наклона существующих характеристик, т.е. решений уравнения $-tg \varphi_j = \lambda_j \neq \pm i$, получены дополнительные условия на углы наклона характеристик, гарантирующие как правильную эллиптичность уравнения, т.е. условия единственности решения задачи Дирихле для правильно эллиптических уравнений произвольного четного порядка $2m$. Заметим, что подобный результат, но для уравнений четвертого порядка был получен в работе [2], а также в работе [3] для уравнений главного типа произвольного четного порядка $2m$.

[1] Буряченко Е.А. Нетривиальная разрешимость однородной задачи Дирихле в круге для уравнений порядка $2m$ в случае характеристик, не имеющих углов наклона // Вісник ДонНУ, сер.мат.- 2007. – **50**, № 2 - С. 1-9.

[2] Babayan A.O. On unique solvability of Dirichlet problem for fourth order properly elliptic equation // Izvestia Natsionalnoi Akademii Nauk Armenii.- 1999. - **34**, № 5. - P. 5-18.

[3] Бурский В.П., Буряченко Е.А. Некоторые вопросы нетривиальной разрешимости однородной задачи Дирихле для линейных уравнений произвольного четного порядка в круге // Матем. Заметки.-2005.- **74**, № 4. - С. 1032-1043.
