М.М. Жданова (Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова)

Вполне интегрируемые гамильтоновы системы на полупрямых суммах алгебр Ли.

Пусть $\mathfrak{G}$ – конечномерная алгебра Ли над полем нулевой характеристики, а $\mathfrak{G}^*$ – двойственное пространство к ней. Набор функционально независимых коммутирующих (относительно скобки Пуассона) функций назовем полным, если количество функций в наборе равно $(\mathrm{dim}\mathfrak{G} + \mathrm{ind}\mathfrak{G})/2$, где $\mathrm{ind}\mathfrak{G}$ – коразмерность орбиты общего положения коприсоединенного представления алгебры Ли. Согласно доказанной Садэтовым теореме Мищенко–Фоменко на $\mathfrak{G}^*$ существует полный набор коммутирующих полиномиальных функций. Эта теорема позволяет нам строить вполне интегрируемые на рассматриваемых алгебрах Ли. Действительно, если взять в качестве гамильтониана одну из функций набора, оставшиеся функции будут первыми интегралами системы, причем их количество как раз достаточно для полной интегрируемости системы на $\mathfrak{G}^*$.

В случае, если алгебра Ли представляет собой полупрямую сумму алгебры Ли $\mathfrak{H}$ и коммутативной алгебры по некоторому представлению ($\mathfrak{G} = \mathfrak{H} +_\rho V$), набор функций, построенных методом Садэтова, распадается на две части: первая часть целиком состоит из элементов коммутативной алгебры (являющихся линейными функциями на $\mathfrak{G}^*$), функции из второй части зависят от элементов алгебры $\mathfrak{H}$. Может, однако, так случиться, что вторая часть набора пуста, то есть линейных функций на подалгебре V уже будет достаточно. Критерий полноты такого набора легко формулируется в терминах представления ρ.

В докладе будут приведены примеры интегрируемых гамильтоновых систем, построенных методом Садэтова, а также рассказаны достаточные условия полноты набора линейных функций.