

П.В. Задерей, О.В. Іващук (Київський національний університет технологій та дизайну, Київ)

Про необхідні умови збіжності в середньому кратних рядів Фур'є.

Отримано необхідні умови збіжності в середньому кратних рядів Фур'є інтегровних функцій.

Нехай $f \in L_1(T^m)$, $T^m = [0; 2\pi)^m$ і її ряд Фур'є має вигляд

$$S[f] = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{|l|_1=k} C_l e^{i(l,x)},$$

а

$$S_n(f; x) = \sum_{k=0}^n \sum_{|l|_1=k} C_l e^{i(l,x)}$$

– n -та частинна сума ряду. Тут $l = (l_1, l_2, \dots, l_m)$, $l_j \in \mathbf{N}$, $j = \overline{1, m}$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, $(l, x) = l_1 x_1 + l_2 x_2 + \dots + l_m x_m$, а $|l|_1 = |l_1| + |l_2| + \dots + |l_m|$

Нехай $s = (s_1, s_2, \dots, s_m)$, де $s_j = \begin{cases} 0, & \text{якщо } l_j \geq 0, \\ 1, & \text{якщо } l_j \leq 0, \end{cases} \quad j = \overline{1, m}$, а

$$A_s(k, n, x) = \sum_{\sum_{j=1}^m (-1)^{s_j} l_j = n+k} C_l e^{i(l,x)}$$

Тоді для $f \in L_1(T^m)$ справедлива нерівність

$$\|f - S_n\|_1 \geq \frac{1}{2^{m+1}\pi} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \sum_s \|A_s(k, n, x)\|_1 + o(1).$$
