

Ю.В. Яременко (Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, Кіровоград, Україна)

Мінори нетерових багаторядних кілець

Розглядаються асоціативні кільця з $1 \neq 0$.

Кільце A називається *напівдосконалим*, якщо факторкільце A/R артинове й ідемпотенти можна піднімати за модулем радикала Джекобсона R .

Теорема 1. *Кільце A напівдосконале тоді і тільки тоді, коли воно розпадається в пряму суму правих ідеалів, кожен з яких має рівно один максимальний підмодуль.*

Теорема 2. *Кільце A напівдосконале тоді і тільки тоді, коли його одиниця розкладається в суму попарно ортогональних локальних ідемпотентів.*

Нерозкладний модуль M називається n -рядним, якщо він дистрибутивний і містить ланцюгові підмодулі K_1, \dots, K_n (можливо і рівні нулю) такі, що $K_1 + \dots + K_n \in M$, або найбільший власний підмодуль в M , а $K_i \cap K_j, i \neq j$, – нуль або простий модуль [1].

Напівдосконале кільце A будемо називати n -рядним, якщо кожний головний правий і кожний головний лівий A -модуль є n -рядним [1].

Зрозуміло, що при $n=1$ ми отримуємо напівланцюгові кільця, а при $n=2$ – бірядні кільця.

Мінором n -го порядку кільця A називається кільце ендоморфізмів B скінченно-породженого проективного A -модуля, який розкладається в пряму суму n -нерозкладних модулів [2].

При вивченні кілець широко використовується метод сагайдаків. Поняття сагайдака скінченновимірної алгебри над полем було введено Габріелем у зв'язку з вивченням зображень алгебр, квадрат радикала яких дорівнює нулю. Це поняття, перенесене на напівдосконалі кільця В.В.Кириченко [3], відіграє важливу роль в структурній теорії напівдосконалих кілець.

Теорема 3[1]. *Нехай A – нетерове n -рядне кільце. Тоді з будь-якої точки сагайдака кільця A виходить не більше n стрілок і в будь-яку точку сагайдака кільця A входить не більше n стрілок, причому з однієї точки в іншу (можливо, співпадаючу з вихідною) іде не більше однієї стрілки. Навпаки, якщо є скінчений граф, що задовольняє цим умовам, то існує n -рядне кільце, сагайдаком якого є цей граф.*

Напівдосконале кільце A називається кільцем *дистрибутивно-модульного типу*, якщо довільний правий скінченнозображуваний A -модуль напівдистрибутивний, тобто є прямою сумою дистрибутивних модулів.

Теорема 4[4]. *Нетерове напівдосконале кільце дистрибутивно-модульного типу – бірядне.*

Розглянуто мінори третього і четвертого порядку нетерових бірядних та нетерових багаторядних кілець. Серед них виділено кільця дистрибутивно-модульного типу.

[1] Кириченко В.В., Яременко Ю.В. Многорядные кольца // Укр. мат. журнал. – 1996. – Т. 48, № 9. – С. 1223-1235.

[2] Drozd Yu.A., Minors and reduction theorems // Coll. Math. Soc. J. Bolyai. – 1972. – v.6. – P. 173-176.

[3] Кириченко В.В. Обобщенно однорядные кольца // Мат. сб. – 1976. – Т. 99, № 4. – С. 559-581.

[4] Yaremenko Yu.V. Noetherian semiperfect rings of distributive module type // Matematychni Studii. – 1997. – v.8, №1. – P.3-10.
