

А.В.Виноградская, В.В. Ришина (Фонд ученых и специалистов по молекулярной кибернетике и информатике, Киев, Украина)

Инфинитезимальные операторы в управлении билинейными гамильтоновыми системами.

Рассматривается задача оптимального управления ансамблем микрочастиц [1]. Гамильтониан допускает представление $H = \sum_{\mu} H_{\mu} u_{\mu}(t)$, где $u_{\mu}(t)$ - функции управления, $H_{\mu}(t)$ - частные гамильтонианы (гамильтонианы взаимодействий). Согласно принципам квантовой механики все механические величины в том числе и гамильтониан, наблюдаемые величины являются операторами. Операторы в классическом и квантовом случае порождают соответствующие им алгебры Ли гладких векторных полей. Размерность и структурные особенности этих алгебр зависят от невозмущенного гамильтониана H_0 и гамильтонианов взаимодействия. Ее элементы представлены либо классическими либо квантовыми скобками Пуассона удовлетворяют условиям билинейности, косой симметрии, а также тождеству Якоби, т.е. введенные скобочные операции являются скобками Ли. Формальное различие между классическими и квантовыми скобками Пуассона исчезает если механические величины классической механики рассматривать как операторы заданные на скобках Пуассона.

Управление переводящее билинейную гамильтонову систему с начального состояния в конечное и минимизирующее квадратичный критерий качества согласно принципу максимума Понтрягина приводит к двухточечной краевой задаче для прямой и сопряженной переменной. Для ее решения необходимо восстановить группу Ли параметризованную компонентами вектора начальных состояний прямой и сопряженной системы, коммутирующих в силу уравнения Брокетта. В базисе согласованном с структурой алгебры Ли уравнение для коммутатора имеет форму обобщенного уравнения Эйлера как и в случае оптимального управления ансамблями микрочастиц. Соответствующая группа преобразований образует группу SO(n) вращений n-мерного пространства. Для восстановления группы по структурным постоянным необходимо решить две задачи Коши. По инфинитезимальным операторам восстановить группу можно решая лишь вторую из задач Коши [2]. Ввиду компактности группы SO(n), а также ее связности, все состояния лежащие на орбитах ее представления являются достижимыми из любых состояний, принадлежащих соответствующим орбитам.

[1] Самойленко Ю.И. Проблемы и методы физической кибернетики. - Киев: Институт Математики НАН Украины, 2006.

[2] Виноградська А.В. // Інфiнітезимальні оператори в теорії керування білінійними системами. Журнал обчислювальної та прикладної математики. - 2002, № 1(87).
