

С.Г. Велиев (Нахчиванский Институт Учителей, Азербайджан)

Об одной оценке нормы промежуточного производного в пространстве голоморфных вектор-функций

Пусть H -сепарабельное гильбертово пространство, A -положительно-определенный самосопряженный оператор в H , а $L_2(R_+; H)$ -гильбертово пространство вектор-функций $f(t)$, определенные в $R_+ = (0, \infty)$ почти всюду с нормой $\int_0^\infty \|f(t)\|_H^2 dt < \infty$. Обозначим через $S_{\frac{\pi}{4}} = \left\{ \tau : |\arg \tau| < \frac{\pi}{4} \right\}$ и $H_{2, \frac{\pi}{4}} = \left\{ f(z) : \sup_{|\varphi| < \frac{\pi}{4}} \int_0^\infty \|f(te^{i\varphi})\|^2 dt < \infty \right\}$.

Пространства $H_{2, \frac{\pi}{4}}$ превращается в гильбертово пространство относительно нормы

$$\|f\|_{H_{2, \frac{\pi}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\int_0^\infty \|f(te^{i\frac{\pi}{4}})\|^2 dt + \int_0^\infty \|f(te^{-i\frac{\pi}{4}})\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Обозначим через $W_{2, \frac{\pi}{4}}$ пространство вектор-функций

$$W_{2, \frac{\pi}{4}} = \left\{ f(z) : f''(z) \in H_{2, \frac{\pi}{4}}, A^2 f(z) \in H_{2, \frac{\pi}{4}} \right\},$$

с нормой

$$\|u\|_{W_{2, \frac{\pi}{4}}} = \left(\|A^2 f\|_{H_{2, \frac{\pi}{4}}}^2 + \|f''\|_{H_{2, \frac{\pi}{4}}}^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Теорема. Пусть A -положительно-определенный самосопряженный оператор в H . Тогда при любом $f \in W_{2, \frac{\pi}{4}}$ имеет место неравенство

$$\|Af'\|_{H_{2, \frac{\pi}{4}}} \leq \|f\|_{W_{2, \frac{\pi}{4}}}.$$
