

Байрамбай Отемуратов (Каракалпакский госуниверситет им. Бердаха, Нукус, Республика Узбекистан)

Теоремы Морера вдоль комплексных прямых для функций из класса L^p

В этой работе рассматриваются многомерные теоремы Морера для интегрируемых функций со свойством одномерного голоморфного продолжения. Данный вопрос рассматривался в [1], для непрерывных функций.

Пусть D — ограниченная область в C^n ($n > 1$) со связной гладкой границей ∂D (класса C^2).

Рассмотрим одномерные комплексные прямые l вида

$$l = \{\zeta : \zeta_j = z_j + b_j t, j = 1, \dots, n, t \in \mathbb{C}\}, \quad (1)$$

проходящие через точку $z \in C^n$ в направлении вектора $b \in CP^{n-1}$ (направление b определяется с точностью до умножения на комплексное число $\lambda \neq 0$).

Дадим следующее определение. Функция $f \in L^p(\partial D)$ обладает *одномерным свойством голоморфного продолжения* вдоль комплексных прямых l вида (1) ($\partial D \cap l \neq \emptyset$ и состоит из конечного числа гладких кривых), если существует функция f_l со следующими свойствами:

а) $f_l \in H^p(D \cap l)$,

б) нормальные граничные значения функции f_l совпадают с f на множестве $\partial D \cap l$.

Рассмотрим граничные аналоги теоремы Морера для интегрируемых функций.

В работе И.Глобевника и Е.Л.Стаута в [2] для непрерывных функций поставлена задача о нахождении достаточных семейств комплексных прямых, для которых из условия (2) следует голоморфная продолжимость функции f в D .

Теорема 1. Пусть k — фиксированное неотрицательное целое число и функция $f \in L^p(\partial D)$, $p \geq 2$. Если для почти всех $z \in C^n$ и почти всех $b \in CP^{n-1}$ выполняется условие

$$\int_{\partial D \cap l} f(z + bt)t^k dt = \int_{\partial D \cap l} f(z_1 + b_1 t, \dots, z_n + b_n t)t^k dt = 0 \quad (2)$$

то функция f голоморфно продолжается в D .

Теорема 2. Пусть для фиксированного k и функция $f \in L^p(\partial D)$, $p \geq 2$ условие (2) выполнено для почти всех прямых l (вида (1)), пересекающих открытое множество $V \subset D$, тогда функция f голоморфно продолжается в D .

[1] Kytmanov A.M., Myslivets S.G. Higher-dimensional boundary analogs of the Morera theorem in problems of analytic continuation of functions // J. Math. Sci., 2004. V.120. №6. P.1842-1867.

[2] Globevnik J., Stout E.L. Boundary Morera theorems for holomorphic functions of several complex variables // Duke Math. J. 1991. V.64. №3. P.571-615.
