

В.А. Троценко, Ю.В. Троценко (Институт математики НАН, Киев, Украина)

Равномерно сходящийся метод Ритца в задачах о свободных колебаниях упругих оболочек вращения

Наиболее широкое применение при расчете собственных колебаний тонкостенных упругих оболочек вращения получили метод конечных элементов и метод, основанный на сведении двухточечной краевой задачи к последовательности начальных задач, для решения которых используется метод Рунге–Кутты с дискретной ортогонализацией решений по С.К. Годунову. Из аналитических методов решения рассматриваемых спектральных задач наибольшее развитие получил асимптотический метод.

Следует отметить, что упомянутые выше численные методы решения задач о колебаниях оболочек весьма чувствительны к значениям их относительной толщины. С уменьшением толщины оболочки приходится уменьшать шаг дискретизации, что приводит при определенной ее тонкостенности к потере устойчивости вычислительного процесса до достижения предельных значений для искомого решения. Причина этого явления связана с тем, что при малых значениях относительной толщины оболочки исходная задача переходит в разряд сингулярно возмущенной граничной задачи, для которой характерно наличие высоких градиентов в решениях, локализованных в малой окрестности граничных точек. Аппроксимация таких решений разностными соотношениями или конечными рядами без специальных приемов вызывает значительные трудности.

В связи с этим, возникает известная проблема разработки таких методов решения граничных задач для уравнений с параметром при старшей производной, которые имели бы одинаковую сходимость как при малых, так и при средних его значениях. Такие методы в литературе получили название равномерно сходящихся по параметру.

Настоящий доклад посвящен развитию метода Ритца для решения задач о свободных колебаниях оболочек вращения в условиях их сингулярного возмущения. При этом, класс допустимых функций, на которых реализован метод Ритца, предлагается строить на основе установленной структуры асимптотического разложения фундаментальной системы решений исходных уравнений, имеющих особенности как по параметру при старшей производной, так и по независимой переменной (регулярная особая точка для замкнутой в вершине оболочки). Эффективность такого подхода построения приближенного аналитического решения рассматриваемой спектральной задачи проанализирована на ряде оболочек. При этом показано, что построенные таким образом алгоритмы решения рассматриваемых задач обладают одинаковой скоростью сходимости как при малых, так и при средних значениях относительной толщины оболочки. Предложенные в работе системы базисных функций обеспечивают равномерную сходимость не только самих решений, но и их нескольких производных во всех точках области интегрирования уравнений.
