

## Уніфікований алгоритм щодо розв'язування деяких узагальнених типів систем диференціальних рівнянь з поліноміальними коефіцієнтами методом степеневих рядів

Методом степеневих рядів розв'язок отримують у вигляді функції, що є очевидною перевагою перед чисельним розв'язком. Шкода, що не для всіх типів диференціальних рівнянь чи, тим більше – їх систем це можливо зробити. Тому важливо знайти аналітичні розв'язки для систем звичайних диференціальних рівнянь з поліноміальними коефіцієнтами та відповідних систем диференціальних рівнянь у частинних похідних (СДРЧП). Важливо виділити випадки, коли їх розв'язок існує у виді многочлена. Аналітичні розв'язки для таких систем у частинних похідних досі не представлені програмним забезпеченням.

У серії досліджень автора такі розв'язки не тільки знайдені, але і вивчені умови їх існування тощо [1]. Виведені формули для знаходження коефіцієнтів рядів, що є розв'язками багатьох класів систем диференціальних рівнянь з частинними похідними. Розроблено алгоритм вибору відповідних формул, які класифіковані відповідно до типів диференціальних систем, початкових і граничних умов. Частково подаємо таблицю:

| Рівняння, СДРЧП                                                                                       | Початкові, граничні умови                                                                                                                                                                                                                                                   | Формули для коефіцієнтів ряду – розв'язку                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$                           | $u(t, x) _{t=0} = u_0(x) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{0j} x^j$                                                                                                                                                                                                                  | $b_{ij} = \frac{(2i+j)! a^{2i}}{i! j!} b_{0,2i+j}$                                                                                                                                                                                                              |
| $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$                       | $u(t, x) _{t=0} = u_0(x) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{0j} x^j$<br>$\frac{\partial u}{\partial t} _{t=0} = v_0(x) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{1j} x^j$                                                                                                                              | $b_{2k,j} = \frac{a^{2n} (2k+j)!}{j! (2k)!} b_{0,2k+j},$<br>$b_{2k+1,j} = \frac{a^{2k} (2k+j)!}{(2k+1)! j!} b_{1,2k+j},$                                                                                                                                        |
| $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$                       | $u(x, y) _{x=0} = \sum_{j=0}^{\infty} b_{0j} y^j,$<br>$\frac{\partial u}{\partial x} _{x=0} = \sum_{j=0}^{\infty} b_{1j} y^j.$                                                                                                                                              | $b_{2k,j} = \frac{(-1)^k \cdot a^{2k} \cdot (2k+j)!}{j! (2k)!} b_{0,2k+j},$<br>$b_{2k+1,j} = \frac{(-1)^k \cdot a^{2k} \cdot (2k+j)!}{j! (2k+1)!} b_{1,2k+j}$                                                                                                   |
| $\frac{\partial \psi}{\partial t} = A \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$<br>$A \in \mathbb{C}^n$   | $\psi(t, x) _{t=0} = \psi_0(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{0j} x^j,$<br>$a_{0j} \in \mathbb{C}^n$                                                                                                                                                                              | $a_{ij} = A^i \frac{(2i+j)!}{i! j!} a_{0,2i+j}$                                                                                                                                                                                                                 |
| $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$<br>$A \in \mathbb{C}^n$ | $u(x, y) _{x=0} = u_0(y) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{0j} y^j,$<br>$u(x, y) _{y=0} = u_1(y) = \sum_{i=0}^{\infty} b_{i0} x^i,$<br>$\frac{\partial^{2k+1}}{\partial y^{2k+1}} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big _{x=0, y=0} = C_{1,2k+1}, \quad k = 0, 1, \dots$ | Узгодженість умов:<br>$b_{2q,0} = (-1)^q A^q b_{0,2q}$<br>$b_{2k,j} = \frac{(-1)^k (2k+j)!}{j! (2k)!} A^k b_{0,2k+j};$<br>$b_{i,2r} = \frac{(-1)^r (i+2r)!}{i! (2r)!} A^{-r} b_{i+2r,0};$<br>$b_{2d+1,2p+1} = \frac{(-1)^d A^d}{(2p+1)! (2d+1)!} C_{1,2p+2d+1}$ |

[1] Ткаченко Н.В. Вища математика. Ч.І, ІІ. ІІІ./навч. посіб.– К.: Вид.: Паливода А.В., ІКС., 2009.