

М.А. Степанова (Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова)

Асимптотическое поведение решений обобщенных уравнений типа Эмдена-Фаулера n -го порядка с квазипроизводными

Рассматривается дифференциальное уравнение с квазипроизводными

$$y^{[n]} = \alpha_0 p(t) |y|^{\sigma_0} |y^{[1]}|^{\sigma_1} \dots |y^{[n-1]}|^{\sigma_{n-1}} \operatorname{sign} y \quad (1)$$

в котором $n \geq 2$, $\alpha_0 \in \{-1, 1\}$, $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}$ - вещественные постоянные, удовлетворяющие условию $\sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_{n-1} \neq 1$, $p: [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ ($-\infty < a < \omega \leq +\infty$) - непрерывная функция, $y^{[i]}$ ($i = 1, \dots, n$) - квазипроизводные, определяемые следующим образом

$$y^{[0]} = y, \quad y^{[i]} = \frac{1}{a_i(t)} (y^{[i-1]})', \quad i = 1, \dots, n-1, \quad y^{[n]} = (y^{[n-1]})',$$

где $a_i(t): [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ ($i = 1, \dots, n-1$) - непрерывно дифференцируемые функции.

При $a_i(t) \equiv 1$ ($i = 1, \dots, n-1$) квазипроизводные $y^{[i]} = y^{(i)}$ ($i = 1, \dots, n$) и уравнение (1) является обобщенным уравнением типа Эмдена-Фаулера n -го порядка, асимптотика решений которого исследовалась в работах [1], [2] и др.

Решение y уравнения (1), заданное на некотором промежутке $[t_0, \omega[\subset [a, \omega[$, называется $P_\omega(\mu_n^0)$ -решением, если оно удовлетворяет следующим условиям:

1. для каждого $k \in \{0, \dots, n-1\}$ либо $\lim_{t \uparrow \omega} y^{[k]}(t) = 0$, либо $\lim_{t \uparrow \omega} y^{[k]}(t) = \pm\infty$;
2. существует конечный или бесконечный предел

$$\lim_{t \uparrow \omega} \frac{\pi_\omega(t) y^{[n]}(t)}{y^{[n-1]}(t)} = \mu_n^0, \quad \text{где } \pi_\omega(t) = \begin{cases} t & \text{при } \omega = +\infty, \\ t - \omega & \text{при } \omega < +\infty, \end{cases}$$

причем при $\mu_n^0 = \pm\infty$ $\lim_{t \uparrow \omega} \frac{y^{[n]}(t) y^{[n-2]}(t)}{a_{n-1}(t) (y^{[n-1]}(t))^2} = 1$.

При выполнении условий

$$\lim_{t \uparrow \omega} \frac{\pi_\omega(t) a_i'(t)}{a_i(t)} = \beta_i = \text{const} \quad (i \in \{1, \dots, n-1\})$$

исследуется вопрос о существовании у уравнения (1) $P_\omega(\mu_n^0)$ -решений в случаях, когда $\mu_n^0 = \text{const}$ и $\mu_n^0 = +\infty$, а также об асимптотике этих решений и их квазипроизводных до порядка $n-1$ включительно при $t \uparrow \omega$.

[1] Евтухов В.М.// Докл. АН России.. - 1992. - Т. 324, N 2. - С. 258-260.

[2] Евтухов В.М.// Сообщ. АН Грузии. -1992. - Т. 145, N 2. - С. 269-273.
