

О.А. Сівак (Національний технічний університет України КПІ, Київ, Україна)

Неперервні розв'язки систем лінійних функціонально-різницевих рівнянь в критичному випадку

Розглядається система рівнянь

$$y(t+1) = \Lambda y(t) + By(qt) + F(t), \quad (1)$$

де $t \in R$, $\Lambda = \text{diag}(\Lambda_1, \dots, \Lambda_m)$, $m \leq n$, $\Lambda_i - (k_i \times k_i)$ -матриці ($\sum_{i=1}^m k_i = n$), $F(t) : R \rightarrow R^n$, q -деяка дійсна стала. При цьому вивчаються питання існування неперервних обмежених розв'язків і досліджується структура їх множини. Доведено, зокрема, наступні теореми.

Теорема 1. *Нехай виконуються умови:*

1) власні значення $0 < \lambda_i < 1$, $i = 1, \dots, m$, матриць Λ_i такі, що $0 < \lambda_i < 1$, $i = 1, \dots, m$, $q > 1$;

$$2) \frac{b}{1 - \alpha^*} = \theta < 1,$$

де $b = |B| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |b_{ij}|$, $|\Lambda| \leq \alpha^*$, $\lambda^* = \max\{\lambda_i, i = 1, \dots, m\} < \alpha^* < 1$;

3) всі елементи вектор-функції $F(t)$ є неперервними обмеженими при всіх $t \in R$ функціями і $\sup_t |F(t)| = M < \infty$.

Тоді система рівнянь (1) має неперервний обмежений при $t \in R$ розв'язок у вигляді ряду

$$y(t) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i(t), \quad (2)$$

де $y_i(t)$, $i = 0, 1, \dots$, – деякі неперервні обмежені при $t \in R$ вектор-функції.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови:*

1) $0 < \lambda_i < 1$, $i = 1, \dots, m$, $q > 1$;

$$2) \lambda_* > \lambda^{*q}, \quad \Delta = \frac{b}{\lambda_* - \lambda^{*q}} < 1,$$

де $\lambda_* = \min\{\lambda_i, i = 1, \dots, m\}$. Тоді відповідна (1) однорідна система рівнянь має сім'ю неперервних обмежених при $t \in R^+$ розв'язків, що залежить від довільної неперервної 1-періодичної вектор-функції $\omega(t)$.

Аналогічні результати отримані для системи рівнянь (1) у випадку, коли $B = B(t)$.
