

Ю.И. Шевченко (Российский государственный университет имени И. Канта, Россия, Калининград)

О плоскостной аффинной связности Столярова, ассоциированной с распределением

Отнесем n -мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$ ($I, \dots = \overline{1, n}$), деривационные формулы вершин которого имеют вид:

$$dA = \nu A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \nu A_I + \omega^J A_J + \omega_I A,$$

причем структурные формы $\omega^I, \omega_J^I, \omega_I$ проективной группы $GP(n)$, эффективно действующей в пространстве P_n , удовлетворяют уравнениям Картана

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \quad (1)$$

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I, \quad (2)$$

$$D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J.$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим общее, иначе говоря, неголономное распределение m -мерных плоскостей, которое представим как n -параметрическое семейство S_n центрированных m -плоскостей P_m^0 . В репере нулевого порядка уравнения распределения S_n запишем в виде:

$$\omega_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j \quad (i, j, k = \overline{1, m}; \quad \alpha = \overline{m+1, n}).$$

Формы ω^i, ω_j^i удовлетворяют вытекающим из (1), (2) структурным уравнениям

$$D\omega^i = \omega^j \wedge \omega_j^i + \omega^J \wedge \theta_J^i \quad (\theta_J^i = \delta_J^\alpha \omega_\alpha^i),$$

$$D\omega_j^i = \omega_j^k \wedge \omega_k^i + \omega^K \wedge \omega_{jK}^i \quad (\omega_{jK}^i = \Lambda_{jK}^\alpha \omega_\alpha^i - \delta_j^K \omega_K^i - \delta_K^i \omega_j).$$

Для задания плоскостной аффинной связности Столярова преобразуем базисно-слоевые формы ω^i и слоевые формы ω_j^i с помощью линейных комбинаций базисных форм ω^I

$$\tilde{\omega}^i = \omega^i - C_J^i \omega^J, \quad \tilde{\omega}_j^i = \omega_j^i - \Gamma_{jK}^i \omega^K. \quad (3)$$

Если коэффициенты преобразований удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\Delta C_J^i + \theta_J^i = C_{JK}^i \omega^K, \quad \Delta \Gamma_{jK}^i + \omega_{jK}^i = \Gamma_{jKL}^i \omega^L,$$

где Δ —тензорный дифференциальный оператор, то формы (3) подчиняются структурным уравнениям

$$D\tilde{\omega}^i = \tilde{\omega}^j \wedge \tilde{\omega}_j^i + Q_{jK}^i \omega^j \wedge \omega^K, \quad (4)$$

$$D\tilde{\omega}_j^i = \tilde{\omega}_j^k \wedge \tilde{\omega}_k^i + R_{jKL}^i \omega^K \wedge \omega^L. \quad (5)$$

Компоненты тензоров кручения Q_{JK}^i и кривизны R_{jKL}^i аффинной связности Столярова выражаются по формулам

$$Q_{JK}^i = C_{[JK]}^i + (\delta_{[J}^i - C_{[J}^i) \Gamma_{JK]}^i, \quad R_{jKL}^i = \Gamma_{j[KL]}^i - \Gamma_{j[K}^k \Gamma_{kL]}^i.$$

Теорема. *Плоскостная аффинная связность Столярова, ассоциированная с распределением S_n , задается полем объекта $\{C_J^i, \Gamma_{jK}^i\}$, состоящего из квазитензора связности C_J^i и объекта плоскостной линейной связности Γ_{jK}^i , причем базисные формы ω^I и формы связности (3) удовлетворяют структурным уравнениям (1), (4), (5).*

Вывод. Поскольку тензор кручения Q_{JK}^i является новым объектом, аффинная связность Столярова обобщает плоскостную линейную связность со структурными уравнениями (1), (5).
