

Т. Т. Шерияздан (Актюбинский государственный университет им. К.Жубанова, Актобе, Казахстан)

Корректность краевой задачи с отходом от характеристики для многомерного волнового уравнения

В [1,2], для уравнения колебания струны изучалась краевая задача с отходом от характеристики, где обращено внимание на изучение таких задач для гиперболических уравнений.

Пусть D_β -конечная область евклидова пространства E_{m+1} точек (x_1, \dots, x_m, t) , ограниченная плоскостью $t = 0$ и при $t > 0$ конусами $K : r = t, 0 \leq r \leq r_0 = \text{const} < \frac{1}{2}$, $\Gamma_\beta : \beta(r - r_0) + r_0 = t, r_0 \leq r \leq r_1$, $\Gamma_1 : r = 1 - t, r_1 \leq r \leq 1$, где $r = |x|$ - длина вектора $x = (x_1, \dots, x_m)$, а $0 < \beta = \text{const} < 1$, $r_1 = \frac{(1-r_0+r_0\beta)}{1+\beta}$. Части этих поверхностей, образующих границу ∂D_β области D_β , обозначим через S, S_0, S_β, S_1 соответственно.

В области D_β рассмотрим многомерное волновое уравнение

$$\Delta_x u - u_{tt} = 0, \quad (1)$$

где Δ_x - оператор Лапласа по переменным $x_1, \dots, x_m, m \geq 2$.

В качестве многомерного аналога краевой задачи с отходом от характеристики рассмотрим следующую

Задача 1. Найти в области D_β решение уравнения (1) из класса $C(\overline{D}_\beta) \cap C^2(D_\beta)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_S = \tau(x), \quad u|_{S_\beta} = \sigma_\beta(x), \quad u|_{S_1} = \sigma_1(x)$$

или

$$u_t|_S = \nu(x), \quad u|_{S_\beta} = \sigma_\beta(x), \quad u|_{S_1} = \sigma_1(x),$$

которая как отмечено [3], на плоскости возникает при исследовании трансзвуковых проблем.

При определенных условиях на граничные данные, показано, что задача 1 имеет единственное решение.

[1] Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. М.: Изд-во АН СССР, 1959-164 с.

[2] Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981, 448 с.

[3] Франкль Ф.И. Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973 - 711с.

[4] Алдашев С.А. Вырождающиеся многомерные гиперболические уравнения. Орал: ЗКАТУ, 2007-139с.