

К.В. Шатковська (НПУ імені М.П.Драгоманова, Київ, Україна)

Застосування методу діаграм Ньютона до побудови асимптотики частинних розв'язків лінійних сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь із запізненням аргументу

Розглядається система диференціальних рівнянь виду

$$\varepsilon B(t) \frac{dx(t, \varepsilon)}{dt} = A(t, \varepsilon) x(t, \varepsilon) + C(t, \varepsilon) x(t - \varepsilon \Delta, \varepsilon), \quad (1)$$

де $x(t, \varepsilon)$ – шуканий n -вимірний вектор, $A(t, \varepsilon)$, $B(t)$, $C(t, \varepsilon)$ – дійсні або комплекснозначні матриці n -го порядку, $t \in [0; T]$, ε – малий параметр.

Передбачається, що виконуються наступні умови:

1°. Матриці $A(t, \varepsilon)$, $C(t, \varepsilon)$ допускають на заданому відрізку $[0; T]$ рівномірні асимптотичні розвинення за степенями ε :

$$A(t, \varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k A_k(t), C(t, \varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k C_k(t); \quad (2)$$

2°. Коефіцієнти розвинень (2), матриця $B(t)$ та функція $\Delta(t)$ нескінченно диференційовні на $[0; T]$;

3°. $\Delta(t) \geq 0, \forall t \in [0; T]$;

4°. $\det B(t) \equiv 0$.

5°. Характеристичний квазіполіном $F(t, \lambda) = A_0(t) - \lambda B(t) + e^{-\lambda(t)\Delta(t)} C_0(t)$ має на $[0; T]$ ізольований корень $\lambda_0(t)$ кратності $p < \infty$ та $rank F(t, \lambda_0(t)) = n - 1$.

Доведено, що за виконання цих умов система (1) має частинний формальний розв'язок вигляду

$$x(t, \varepsilon) = u(t, \varepsilon) \exp \left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t (\lambda_0(\tau) + \lambda(\tau, \varepsilon)) d\tau \right),$$

де $u(t, \varepsilon)$ – n -вимірний вектор, $\lambda(\tau, \varepsilon)$ – скалярна функція, яка задовольняє рівняння розгалуження

$$\lambda^p + \sum_{s \geq 1} L_{0s} \varepsilon^s + \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^s L_{ks} [\lambda^k] = 0,$$

операторні коефіцієнти $L_{ks} [\lambda^k]$ виражаються через коефіцієнти даної системи.

Встановлено, що розв'язки рівняння розгалуження можна побудувати у вигляді формальних розвинень за дробовими степенями параметра, показники яких визначаються за допомогою діаграм Ньютона. Це дозволяє побудувати p лінійно незалежних формальних розв'язків системи (1), які є асимптотичними розвиненнями її точних розв'язків. Розроблено алгоритм визначення коефіцієнтів цих розвинень.
