

В.Г. Самойленко, Ю.І. Самойленко (Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна)

Асимптотичні двофазові солітоноподібні розв'язки задачі Коші для сингулярно збуреного рівняння Кортевега-де Фріза

Одним з фундаментальних рівнянь сучасної математики є рівняння Кортевега-де Фріза [1], що описує низку найрізноманітніших фізичних явищ та процесів. Це рівняння стало поштовхом для виникнення потужного інструменту дослідження нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними – оберненої задачі теорії розсіювання. Проте не дивлячись на те, що дана теорія дозволяє знайти розв'язки нелінійних рівнянь з постійними коефіцієнтами, ця теорія не може бути застосована для знаходження розв'язків рівнянь зі змінними коефіцієнтами. Тому для таких задач застосовуються асимптотичні методи побудови наближених розв'язків.

В даній роботі розглядається питання про побудову асимптотичних розв'язків задачі Коші рівняння Кортевега-де Фріза зі змінними коефіцієнтами виду:

$$\varepsilon^2 u_{xxx} = a(x, \varepsilon) u_t + b(x, \varepsilon) u u_x, \quad (1)$$

з початковою умовою виду

$$u(x, 0, \varepsilon) = f\left(\frac{x}{\varepsilon}\right), \quad (2)$$

де

$$a(x, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(x) \varepsilon^k, \quad b(x, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k(x) \varepsilon^k,$$

функції $a_k(x), b_k(x) \in C^\infty(\mathbf{R}^1)$, $k = 0, 1, \dots$; функція $f(\eta), \eta \in \mathbf{R}$, належить простору Шварца; $\varepsilon > 0$ – малий параметр.

Розв'язок задачі Коші (1), (2) шукається у вигляді асимптотичного ряду

$$u(x, t, \varepsilon) = Y_N(x, t, \varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}),$$

де

$$Y_N(x, t, \varepsilon) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j [u_j(x, t) + V_j(x, t, \tau_1) + W_j(\tau_1, \tau_2)],$$

$$\tau_2 = \frac{x - \varphi(t)}{\varepsilon}, \quad \tau_3 = \frac{t}{\varepsilon}.$$

Функція

$$U_N(x, t, \varepsilon) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j u_j(x, t)$$

називається регулярною частиною асимптотики, а функція

$$V_N(x, t, \varepsilon) + W_N(x, t, \varepsilon) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j [V_j(x, t, \tau_1) + W_j(\tau_1, \tau_2)]$$

– сингулярною частиною асимптотики.

При цьому функція $V_N(x, t, \varepsilon) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j V_j(x, t, \tau_1)$ визначена в деякому околі кривої Γ , а функція $W_N(x, t, \varepsilon) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j W_j(\tau_1, \tau_2)$ – в деякому околі зв’язної множини $\{(t, x) : t = 0, x \in \mathbf{R}\} \cup \{(t, x) : x = \varphi(t), t \in [0; T]\}$ і, крім того,

$$Y_N(x, t, \varepsilon) = U_N(x, t, \varepsilon) + V_N(x, t, \varepsilon) + W_N(x, t, \varepsilon).$$

Основні результати даної роботи опубліковані в [2]

- [1] Korteweg D.J., de Vries G. // Philos. Mag. — 1895. — N. 39.
 - [2] Самойленко В.Г., Самойленко Ю.І. // Укр. мат. журн. — 2007. — **59**, N. 1.
 - [3] Маслов В.П., Омелянов Г.А. // Успехи матем. наук.. — 1981. — **36(219)**, N 2.
 - [4] Фаминский А.В. Труды семинара им. И.Г.Петровского. — 1988. — Вып.13.
-