

К.Б. Сабитов (Стерлитамакский филиал Академии наук республики
Башкортостан, Стерлитамак, Россия)

Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа третьего порядка

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}(Lu) = 0,$$
$$Lu = \begin{cases} u_t - u_{xx} + b^2u, & t > 0, \\ u_{tt} - u_{xx} + b^2u, & t < 0, \end{cases}$$

в прямоугольной области $D = \{(x, t) \mid 0 < x < 1, -\alpha < t < \beta\}$, где $b = \text{const} \geq 0$, $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ – заданные действительные числа.

Задача. Найти в области D функцию $u(x, t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x, t) \in C^1(\overline{D}); \quad u_t(x, t) \in C^1(D) \cap C^2(D_-) \cap C_{x,t}^{2,1}(D_+); \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(Lu) \equiv 0, \quad (x, t) \in D_- \cup D_+; \quad (2)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta; \quad (3)$$

$$u(x, -\alpha) = \psi(x), \quad u(x, \beta) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (4)$$

где $\psi(x)$, $\varphi(x)$ – заданные достаточно гладкие функции, $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$, $\psi(0) = \psi(1) = 0$, $D_- = D \cap \{t < 0\}$, $D_+ = D \cap \{t > 0\}$.

В данной работе предложен метод исследования задачи (??) – (??), основанный на решении обратной задачи для уравнения смешанного типа второго порядка с неизвестной правой частью. На основании работы [?] установлен критерий единственности решения задачи (??) – (??) и обратной задачи. Решение задачи (??) – (??) и обратной задачи построено в виде суммы ряда по полной системе собственных функций соответствующей одномерной задачи на собственные значения.

- [1] Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа в прямоугольной области // ДАН РАН. 2007. Т.413, № 1. С. 23 – 26.
-