

*Л.И. Родина* (Удмуртский госуд. унив-т, Ижевск, Россия)

## Статистические характеристики асимптотического поведения множеств достижимости управляемых систем

В этом докладе сообщается о результатах исследования статистически инвариантных множеств, опубликованных в [1–2] и рассмотрен ряд новых задач, связанных со свойствами статистических характеристик асимптотического поведения множеств достижимости управляемых систем.

Пусть задана динамическая система  $(\Sigma, h^t)$ , компактное множество  $U \in R^m$  и непрерывная функция  $f(\sigma, x, u)$  переменных  $(\sigma, x, u) \in \Sigma \times R^n \times R^m$ . Исследуются статистически инвариантные множества относительно управляемой системы

$$\dot{x} = \int_U f(h^t \sigma, x, u) \eta_t(du), \quad (1)$$

где  $h^t : \Sigma \rightarrow \Sigma$  — поток на  $\Sigma$ ,  $t \rightarrow \eta_t$  — обобщенное управление, т.е. измеримая по Лебегу мерозначная функция со значением в пространстве вероятностных мер Радона с носителем  $U$ .

Системе (1) поставим в соответствие дифференциальное включение

$$\dot{x} \in F(h^t \sigma, x), \quad F(\sigma, x) = \text{co}\{y \in R^n : y = f(\sigma, x, u), u \in U\},$$

где  $\text{co } G$  — замыкание выпуклой оболочки множества  $G$ . Для каждого  $X \in \text{compr } R^n$  и момента времени  $t \geq 0$  обозначим через  $A(t, \sigma, X)$  множество достижимости управляемой системы (1) в момент  $t$  из начального множества  $X$ , т.е. множество, состоящее из всех значений в момент времени  $t$  решений включения, когда начальное условие  $x(0) = x_0$  пробегает все множество  $X$ .

В терминах функции Ляпунова получены оценки верхнего и нижнего предела относительного времени пребывания множества достижимости  $A(t, \sigma, X)$  в заданном множестве  $M(\sigma) \in R_+ \times \text{compr } R^n$ . В частности, исследуются условия, при которых относительная частота пребывания множества достижимости в множестве  $M(\sigma)$  равна единице; в этом случае множество  $M(\sigma)$  называется статистически инвариантным относительно управляемой системы (1).

## Список литературы

- [1] Панасенко Е.А., Тонков Е.Л. Устойчиво инвариантные множества дифференциальных включений и функции Ляпунова. — Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. — 2008. — 262.
  - [2] Родина Л.И., Тонков Е.Л. Статистические характеристики множества достижимости управляемой системы, неблуждаемость и минимальный центр притяжения // Нелинейная динамика. — 2009. — N 3.
-