

Л.И. Родина (Удмуртский госуд. унив-т, Ижевск, Россия)

Статистические характеристики асимптотического поведения множеств достижимости управляемых систем

В этом докладе сообщается о результатах исследования статистически инвариантных множеств, опубликованных в [1–2] и рассмотрен ряд новых задач, связанных со свойствами статистических характеристик асимптотического поведения множеств достижимости управляемых систем.

Пусть задана динамическая система (Σ, h^t) , компактное множество $U \in R^m$ и непрерывная функция $f(\sigma, x, u)$ переменных $(\sigma, x, u) \in \Sigma \times R^n \times R^m$. Исследуются статистически инвариантные множества относительно управляемой системы

$$\dot{x} = \int_U f(h^t \sigma, x, u) \eta_t(du), \quad (1)$$

где $h^t : \Sigma \rightarrow \Sigma$ — поток на Σ , $t \rightarrow \eta_t$ — обобщенное управление, т.е. измеримая по Лебегу мерозначная функция со значением в пространстве вероятностных мер Радона с носителем U .

Системе (1) поставим в соответствие дифференциальное включение

$$\dot{x} \in F(h^t \sigma, x), \quad F(\sigma, x) = \text{co}\{y \in R^n : y = f(\sigma, x, u), u \in U\},$$

где $\text{co } G$ — замыкание выпуклой оболочки множества G . Для каждого $X \in \text{comp } R^n$ и момента времени $t \geq 0$ обозначим через $A(t, \sigma, X)$ множество достижимости управляемой системы (1) в момент t из начального множества X , т.е. множество, состоящее из всех значений в момент времени t решений включения, когда начальное условие $x(0) = x_0$ пробегает все множество X .

В терминах функции Ляпунова получены оценки верхнего и нижнего предела относительного времени пребывания множества достижимости $A(t, \sigma, X)$ в заданном множестве $M(\sigma) \in R_+ \times \text{comp } R^n$. В частности, исследуются условия, при которых относительная частота пребывания множества достижимости в множестве $M(\sigma)$ равна единице; в этом случае множество $M(\sigma)$ называется статистически инвариантным относительно управляемой системы (1).

Список литературы

- [1] Панасенко Е.А., Тонков Е.Л. Устойчиво инвариантные множества дифференциальных включений и функции Ляпунова. — Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. — 2008. — 262.
 - [2] Родина Л.И., Тонков Е.Л. Статистические характеристики множества достижимости управляемой системы, неблуждаемость и минимальный центр притяжения // Нелинейная динамика. — 2009. — N 3.
-