

Ю.А.Рябов, В.П.Борунов (Московский автомобильно-дорожный институт (МАДИ).
ВЦ имени А.А.Дородницына РАН)

Численно-аналитическое построение функций Матье

Рассматривается уравнение Матье

$$y'' + (n^2 + qh + q \cos(2x))y = 0, \quad (1)$$

где q - заданный постоянный параметр, n - заданное целое число ($0, 1, 2, \dots$) и h - постоянная, подлежащая определению в процессе построения приближенных периодических решений этого уравнения в виде полиномов Фурье

$$y_1(x) = \cos(nx) + q \left(\sum_{k=-n(k \neq 0)}^N F_k(q) \cos(n + 2k)x \right) \quad (2)$$

или

$$y_2(x) = \sin(nx) + q \left(\sum_{k=-n+1(k \neq 0)}^N F_k(q) \sin(n + 2k)x \right), \quad (2')$$

аппроксимирующих так наз. косинус- и синус-функции Матье. (обозначаемых $ce_n(t), se_n(t)$ соответственно). Составлены два типа алгоритмов (реализуемых на современных РС) для нахождения коэффициентов $F_k(q)$. Первый (называем его рациональным) соответствует методу построения функций Матье в виде рядов по степеням параметра q , а второй (называем его иррациональным) соответствует методу нахождения коэффициентов $F_k(q)$ с помощью быстро сходящихся итераций, иррациональных по отношению к параметру q . Составлены программы реализации этих алгоритмов (в Quick-basic и в Maple). Примеры показывают, что область практической сходимости итераций, соответствующих иррациональному алгоритму, весьма велика, а в случае функций $ce_0(t), ce_1(t), se_1(t)$ сходимость итераций имеет место даже при значениях $q = 5000, 6000$. Реализация рационального алгоритма Позволяет определить область практической сходимости метода рядов при построении функций Матье. Эта область, вообще, невелика. Например, уже при построении функции $ce_1(t)$ при $q = 4$ такой метод непригоден.

- [1]. Е.А.Гребеников, Ю.А.Митропольский, Ю.А.Рябов. Введение в резонансную аналитическую динамику. Москва, Янус-К, 1999.
[2]. Е.А.Grebenikov, Yu.A.Mitropolsky, Yu.A.Ryabov. Asymptotic Methods in Resonance Analytical Dynamics. Chapman & Hall, Boca Raton, London, New York, Washington.
-

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.