

Г.С. Полетаев (Одесская гос. акад. строительства и архитектуры, Одесса, Украина)

Разрешимость двупроекторного уравнения с коэффициентами из разных колец с факторизационными парами

Абстрактное, не обязательно коммутативное или нормированное, кольцо R с единицей e , обладающее двумя подкольцами R^+, R^- , порождаемыми действующими в R коммутирующими проекторами p^+, p^- ; $R^\mp = p^\mp R$, будем называть кольцом с левой [правой] факторизационной парой (ЛФП, [ПФП]) $(R^+, R^-) (\equiv (R^-, R^+))$, если:

- 1) $e \in R^0$; 2) $p^0 := p^+ p^- (= p^- p^+) -$ кольцевой гомоморфизм R^+ и R^- в R^0 ;
- 3) $R^+ R^- \subseteq R^*$; [4) $R^- R^+ \subseteq R^*$]; $R^* := R^+ + R^-$, ср. [1].

Если при этом оба условия 3), 4) выполнены, R называется кольцом с факторизационной парой (ФП) (R^+, R^-) . Результат применения проектора будем обозначать соответствующим ему знаком $+, -, 0$. Полагаем, $p_\pm := p^\pm - p^0$.

Предложен и рассмотрен подвид абстрактных двучленных двупроекторных первого порядка уравнений относительно неизвестного $x \in R_{LU2}$, допускающих запись в форме:

$$a_1 x^+ + a_2 x_- = b, \quad (1)$$

где R_1, R_2 – ассоциативные, вообще, некоммутативные разные кольца с (ФП) (R_i^-, R_i^+) , $i = 1, 2$, порождаемыми коммутирующими проекторами $p^+, p^- : R_{LU2} \rightarrow R_{LU2}$; $R_{LU2} = (R_1 + R_2)$, общей единицей e и общим умножением [2]. Уравнения (1) связаны с парными, имеющими соответствующие коэффициенты. Считается, что коэффициенты в уравнении (1) обратимы в своих кольцах, соответственно, а правая часть $b \in R_{LU2}$. В соответствующих кольцах векторов, матриц, уравнения (1) можно реализовать как новые специальные с проекторами уравнения, допускающие интерпретации в механике. В том числе, как матричные уравнения с проекторами и треугольными неизвестными. После переобозначений, абстрактное интегральное уравнение типа свертки с двумя ядрами из соответствующих банаховых алгебр [2-4] также допускает запись в виде (1). Теория этих интегральных уравнений связана с теорией известных интегральных уравнений типа Винера-Хопфа, краевыми задачами теории аналитических функций.

В предположении существования факторизаций, соответствующих типов, для элементов, которые строятся по коэффициентам, установлено, необходимое и достаточное, условие разрешимости в R_{LU2} уравнения (1), а также получены формулы решений. Условие разрешимости выражено в форме принадлежности подкольцу элемента, образуемого по сомножителям факторизаций и правой части с помощью проекторов. На этом пути удастся снять дополнительные ограничения типа гильбертовости функций для указанных интегральных уравнений с двумя ядрами из $L_1(-\infty, \infty)$ с экспоненциальным весом; -осуществить единый подход в исследовании серий постановок; -подготовить основу доказательства нетеровости; -установить новые формулы решений таких интегральных уравнений, как и отмеченных выше матричных,

[1] McNabb A., Schumitzky A. //J. Funct. Anal.- 1972.-v. 9. 3.-P. 262-295.

[2] Полетаев Г.С.//Украинский математический журнал.-1992.-44, №8.-С. 1065-1078.

[3] Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки.-М.: Наука, 1978.-295 с.

[4] Гохберг И.Ц., Крейн М.Г.//Теор. и прикл. матем., Львов.-1958.-Вып. 1.-С.58-81.
