

Б.И. Пелешенко (Днепропетровский государственный агроуниверситет, Украина)

## Интерполяция квазилинейных операторов слабого типа в квазинормированных идеальных пространствах

Обозначим через  $\Phi$  объединение функции  $sign t$  и множества возрастающих выпуклых и вогнутых на полупрямой  $[0, \infty)$  функций  $\varphi(t)$ , удовлетворяющих условиям,  $\lim_{t \rightarrow +0} \varphi(t) = \varphi(0) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \infty$  и  $\Delta_2$ -условию в нуле и на бесконечности.

Пусть  $f^*(t)$  есть невозрастающая перестановка модуля вещественной, измеримой по Лебегу на  $R^n$  функции  $f(x)$ .

Для функции  $\varphi(t) \in \Phi$  и  $a \in (0, \infty)$  пусть  $\Lambda_{\varphi, \alpha}(R^n)$  обозначает пространство Лоренца вещественных измеримых по Лебегу на пространстве  $R^n$  функций  $f(x)$ , для каждой из которых конечна квазинорма  $\left\{ \int_0^\infty (f^*(t))^\alpha d\varphi(t) \right\}^{\frac{1}{\alpha}}$ , если  $\varphi(t) \neq sign t$ ,  $0 < \alpha < \infty$  и  $\sup_{0 < t < \infty} f^*(t) \varphi(t)$ , если  $\alpha = \infty$ . Если  $\varphi(t) = sign t$ , то  $\Lambda_{\varphi, \infty}(R^n) = L_\infty(R^n)$ , и в случае, когда  $\varphi(t) = t^{\frac{1}{p}}$ ,  $0 < p < \infty$ ,  $\Lambda_{\varphi, \alpha}(R^n) = L_{p, \alpha}(R^n)$ .

Квазилинейный оператор  $T$ , действующий из пространства Лоренца  $\Lambda_{\varphi_1}(R^n)$  в пространство измеримых  $R^n$  функций, называется оператором слабого типа  $(L_{\varphi_1}, L_{\psi_\infty})$ , если для всякой функции  $f \in \Lambda_{\varphi_1}(R^n)$  и всех  $t > 0$  выполняется неравенство  $(Tf)^*(t) \psi(t) \leq M \int_0^\infty f^*(t) d\varphi(t)$ , где  $M$  не зависит от выбора  $f$  и  $t$ .

Рассматривается интерполяция квазилинейных операторов слабых типов  $(L_{\varphi_1 1}, L_{\psi_1 \infty})$  и  $(L_{\varphi_2 1}, L_{\psi_2 \infty})$  в пространствах Лоренца методом Кальдерона в случае, когда  $\varphi_1(t)/\varphi_2(t)$  возрастает и  $\psi_1(t)/\psi_2(t)$  возрастает или убывает. Исследуется ограниченность таких операторов из пространства  $\Lambda_{\varphi, \alpha}(R^n)$  в другое пространство  $\Lambda_{\psi, \alpha}(R^n)$ , когда хотя бы одно из отношений  $\varphi_1(t)/\varphi_2(t)$ ,  $\varphi_1(t)/\varphi_2(t)$  является медленно меняющейся функцией.

Доказана эквивалентность методов интерполяции Кальдерона и Петре квазилинейных операторов слабых типов  $(L_{\varphi_1 1}, L_{\psi_1 \infty})$ ,  $(L_{\varphi_2 1}, L_{\psi_2 \infty})$  в случае  $\varphi_2(t) \neq sign t$ .

Приводятся примеры применения полученных результатов для различных интегральных операторов.

Доказанные теоремы интерполяции дополняют результаты А.П.Кальдерона, А.Зигмунда, С.Г.Крейна и Е.М.Семенова, В. И. Дмитриева и С.Г.Крейна, К.Бенетта и К.Рудника.

---