Осипенко Г.С. (Севастопольский национальный технический университет, Украина)

Вычисление инвариантных мер и энтропии

Пусть f является гомеоморфизмом компактного многообразия. Теорема Крылова-Боголюбого гарантирует существование инвариантных мер для f. Множество инвариантных мер $\mathcal{M}(f)$ образует выпуклый компакт в слабой топологии. Для аппроксимации инвариантных мер используют символический образ динамической системы. Символический образ относительно покрытия $C = \{M(1),\ M(2),\ \dots,\ M(n)\}$ есть ориентированный граф G, у которого вершины i соответствуют ячейкам $M(i)$ и

$$\text{ребро } i \to j \text{ существует,} \qquad \text{если } f(M(i)) \cap M(j) \neq \emptyset.$$

Эта конструкция позволяет применить кодировку орбит и символическую динамику к произвольной динамической системе. Поток на символическом образе это вероятностное распределение $m = \{m_{ij}\}$ на ребрах, удовлетворяющее закону Кирхгофа в каждой вершине: входящий поток равен исходящему потоку. Описанные распределения аппроксимируют инвариантные меры, а множество всех потоков образует выпуклый многогранник $\mathcal{M}(G)$, который аппроксимирует множество инвариантных мер $\mathcal{M}(f)$, когда диаметр покрытий стремится к нулю. Энтропия потока на графе вычисляется по формуле

$$H(m) = -\sum_{ij} \ln m_{ij} + \sum_{i} \ln \sum_{j} m_{ij},$$

что позволяет оценить метрическую энтропию. Выбирая различные потоки на символическом образе, мы получаем аппроксимацию инвариантной меры и оценки для ее энтропии.