

О.В. Маринич (Київський національний університет ім. Т. Шевченка, факультет кібернетики)

Про один метод дослідження асимптотичної поведінки моментів випадкових рекурсій

Випадкові рекурсивні послідовності (в.р.п.) з'являються у багатьох дослідженнях, пов'язаних з випадковими структурами. Природним чином в.р.п. виникають у імовірнісному аналізі алгоритмів та теорії рекурсивних дерев. У математичній біології в.р.п. описують деякі функціонали на так званих коалесцентах – математичних моделях популяцій. Найпростіші в.р.п. ми отримуємо вже при дослідженні моментів переходу рівня випадковими блуканнями з кроками, що набувають натуральних значень, та у дослідженнях моментів поглинання у ланцюгах Маркова, що не зростають.

Найбільш дослідженими та водночас найбільш застосовними у прикладних задачах є лінійні випадкові рекурсії:

$$X_n =_d \sum_{r=1}^M A_r^{(n)} X_{I_r^{(n)}}^{(r)} + b_n, \quad n \geq n_0 \geq 1,$$

де $M \geq 1$ - фіксоване натуральне число, $A_r^{(n)}$ - випадкові вагові множники, що не залежать від всього іншого; b_n - випадкова функція штрафів, $I_r^{(n)}$ - випадкові індекси, ці послідовності не залежать від послідовності $\{X_k^{(r)}, k \in N\}$ для кожного r , де $\{X_k^{(r)}, k \in N\}$ - незалежна копія $\{X_k, k \in N\}$.

Для в.р.п. цікавими є такі задачі:

- дослідження асимптотичної поведінки послідовностей моментів (звичайних та центральних);
- встановлення закону великих чисел (слабкого та посиленого);
- дослідження слабкої асимптотичної поведінки.

Для дослідження асимптотичної поведінки моментів існує декілька підходів, серед яких найбільш розповсюдженими є метод сингулярного аналізу твірних функцій ([1]) та методи поступового уточнення розв'язку ([2]).

У моїй доповіді буде запропоновано новий метод дослідження асимптотичної поведінки моментів лінійних випадкових рекурсій, що базується на використанні апарату ітеративних функцій, а також обговорено його переваги та недоліки.

[1] Flajolet P., Sedgewick, R. Analytic combinatorics. — Cambridge University Press, 2008.

[2] Грин Д., Кнут Д. Математические методы анализа алгоритмов. — М.:Мир, 1987.
