

А.В. Мартыненко, В.Н. Шраменко (ИПММ НАН Украины, Донецк, НТУУ "КПИ", Киев)

Задача Коши для вырождающегося параболического уравнения с неоднородной плотностью в классе медленно убывающих начальных функций

Рассмотрим задачу Коши:

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(u^{m-1} |Du|^{\lambda-1} Du),$$

$$(x, t) \in R^N \times (0, T), \quad T > 0, \quad N \geq 1,$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^N,$$

где $\lambda > 0$, $m + \lambda - 2 > 0$ (медленная диффузия), $\rho(x) = (1 + |x|)^{-l}$, $0 \leq l < \lambda + 1$, $u_0(x) \geq 0$, $\rho(x)u_0(x) \in L_{1,loc}(R^N)$ и

$$u_0(x) \sim |x|^{-\alpha} \quad \text{при больших } x, \quad \alpha < N - l.$$

Для данной задачи получена точная оценка решения при больших значениях времени:

$$\|u(\cdot, t)\|_{\infty, R^N} \leq C \cdot t^{-\frac{\alpha}{\alpha(m+\lambda-2)+\lambda+1-l}},$$

где постоянная C зависит от размерности пространства N , параметров уравнения λ , m , l и начальной функции $u_0(x)$.

Полученная оценка обобщает результаты работы [1], в которой данная задача была рассмотрена в предположении $\rho u_0 \in L_1(R^N)$. А также обобщается результат работы [2], в которой рассматривалась задача с медленно убывающими начальными данными, но при $\rho(x) \equiv 1$.

Результат получен совместно с А.Ф. Тедеевым.

- [1] Мартыненко А.В., Тедеев А.Ф. О поведении решений задачи Коши для вырождающегося параболического уравнения с неоднородной плотностью и источником // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 2008. - Т. 48, № 7. - С. 1214-1229.
 - [2] G.R. Cirmi, S. Leonardi, and A. F. Tedeev, The asymptotic behavior of the solution of a quasilinear parabolic equation with blow-up term // Preprint, Univ. Catania Dipart. Matem. Inform., Catania.-1998.
-