

И. Курбанов (Российско-Таджикский (Славянский) Университет, Душанбе)

Разрешимость нелинейных краевых задач электромагнитоупругости.

Установлены априорные оценки и условия, при выполнении которых имеют место теоремы существования и единственности обобщенных решений уравнений электромагнитности. При этом существенно используются свойства взаимосвязанности электромагнитоупругих полей.

Многие задачи теории упругости и электромагнитных полей, встречающихся в природе, взаимосвязаны. Так, например, если поместить элементы конструкции (стержень, пластинки или оболочки) в электромагнитное поле, то естественно они сложатся, и мы переходим к задачам механики связанных полей. Возникает сложная картина взаимодействия электромагнитных и механических полей.

Рассмотрим разрешимости нелинейных краевых задач электромагнитоупругости с общими определяющими уравнениями вида

$$D(t) = D(E(\tau), H(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \tau \leq t), B(t) = B(H(\tau), E(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \tau \leq t), \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma(E_{ij}(\tau), E(\tau), H(\tau), \tau \leq t), J(t) = J(E(\tau), H(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \tau \leq t),$$

Требуется найти решение краевой задачи вида:

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial D(E)}{\partial x} + J(E) + J_{\text{ст}}(x, t), \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B(H)}{\partial t}, \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (2)$$

При краевых и начальных условиях

$$u|_{\partial\Omega} = 0, H|_{\partial\Omega} = 0, u(x, 0) = u_0(x), u'_t(x, 0) = u_1(x) E(x, 0) = E_0(x), \\ H(x, 0) = H_0(x), x \in \Omega, \Omega = (0, \ell) \quad (3)$$

Предположим, что среда является изотропной пьезоэлектрической, тогда определяющие уравнения (1) имеет вид [1-3]

$$\sigma_x = \bar{E} \xi_x - \bar{\xi} E \xi_x = \frac{\partial u}{\partial x}, D(E) = \xi E + \bar{\xi} \xi_x, B(H) = \mu H, J(E) = \sigma(|E|)E = \sigma|E|^p E, p \geq 2. \quad (4)$$

Теорема: Предположим, что $\mu, \xi, \sigma, \bar{E}, \bar{\xi}$ положительные постоянные, кроме того выполняется условие

$$u_0, u_1 \in L^2(\Omega), H_0 \in L^2(\Omega), E_0 \in L^p(\Omega),$$

$$J_{\text{ст}}, f \in L^2(\Omega).$$

Тогда задача (2) – (4) имеет обобщенное решение и такое, что

$$E \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega)) \cap L^p(0, T; L^p(\Omega)), u, u', H \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega)).$$

[1] Лионс Ж. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1971.

[2] Минропольский Ю.А., Курбанов И. О разрешимости краевых задач электромагнитоупругости с памятью // ДАН СССР. – 1991. - N1.

[3] Курбанов И. докторская диссертация «Аналитические и качественные исследования нелинейных электромагнитоупругих систем с памятью. – Киев, - 1991.
