

Ю.А. Крашаница (Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»)

Метод граничных интегральных уравнений в краевых задачах гидродинамики

В силу многопараметричности и нелинейности основных задач механики сплошных сред, существенное развитие, наряду с физическим, получил вычислительный эксперимент. Значительные достижения получены в численном анализе и, особенно, в численной реализации конкретных математических моделей механики: в динамике вязкой несжимаемой жидкости основное значение уделяется новым качественным методам исследования начально-краевых задач, которые в свою очередь нагромождают математические проблемы и намечают некоторые пути их разрешения, приводят к возникновению новых математических моделей постановок и решений задач движения вязкой жидкости также при малых и средних числах Рейнольдса, имеющих первостепенное значение в вопросах жизнеобеспечения и экологии; в аэродинамике сложных несущих поверхностей на базе систематического использования метода граничных интегральных уравнений и вариантов численной реализации получены распределенные и суммарные нелинейные аэродинамические характеристики несущих форм, плоских и пространственных, изучены процессы, которые сопровождают отрыв потока, формирование и устойчивость вихревых образований.

Наиболее достоверной и апробированной математической моделью движения вязкой жидкости или газа является краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса.

Эта система впервые была построена в 1826 г. и до настоящего времени не найден общий метод исследования и решения этой нелинейной системы, а известны лишь некоторые, как правило, случайно полученные, частные решения этой системы уравнений. Частные точные решения являются ценными для исследования течений вязкой жидкости, так как позволяют выяснить погрешность результатов при сделанных допущениях либо проверить очередной численный метод.

В настоящее время наиболее перспективной представляется интегрированная компьютерная технология, основанная на идеологии метода граничных интегральных уравнений. Этот метод позволяет сводить краевые задачи для уравнений в частных производных на многообразия меньшей размерности и является одним из классических методов исследования и решения краевых задач математической физики, теории поля и векторного анализа. Он находит широкое применение при построении математических моделей явлений, при доказательстве разрешимости задач, а также является теоретической основой разработки алгоритмов их численного исследования. Наиболее эффективным методом оказался в случаях внутренних и внешних задач для неограниченных областей с компактными внутренними границами и позволяет непосредственно определять распределенные аэрогидродинамические характеристики.

В работе представлено развитие нового общего направления численно-аналитического решения широкого класса нелинейных задач механики сплошных сред. На базе некоторых обобщений дифференциальных и интегральных теорем векторно-тензорного анализа развиты новый подход и формализм в построении граничных интегральных уравнений эквивалентных краевым задачам основных математических моделей механики жидкости и газа на базе системы уравнений Навье-Стокса.
