Н.О. Корсунь, М.В. Працьовитий

Тополого-метричні та фрактальні властивості деяких узагальнень згорток Бернуллі з умовою однорідності

Розглядається випадкова величина

$$\xi = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \tau_k,$$

де τ_k — незалежні випадкові величини, які набувають значень 0 та 1 з ймовірностями p_{0k} та p_{1k} відповідно ($p_{0k} \geq 0$, $p_{1k} \geq 0$, $p_{0k} + p_{1k} = 1$), a_k — члени знакододатного збіжного ряду.

Оскільки для випадкової величини ξ виконуються умови теореми Джессена-Вінтнера, то вона має чистий розподіл (чисто дискретний, чисто абсолютно неперервний або чисто сингулярний), причому розподіл ξ є чисто дискретним тоді, і тільки тоді, коли

$$M = \prod_{k=1}^{\infty} \max\{p_{0k}, p_{1k}\} > 0.$$

Задача знаходження необхідних і достатніх умов абсолютної неперервності (рівносильно сингулярності) у загальному випадку є непростою. Але спрощується при певних додаткових умовах на члени ряду. У випадку сингулярності розподілу ξ ми цікавимося тополого-метричними і фрактальними властивостями носіїв розподілу (спектра, суттєвого носія щільності тощо).

Пропонуються результати дослідження випадку, коли на ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ накладаються додаткові умови однорідності, а саме, для довільного натурального k виконується:

$$a_k + a_{k+1} = r_{k+1}, \tag{1}$$

де $r_k = \sum\limits_{i=k+1}^{\infty} a_i$ — залишки ряду.

Доведено, що існує однопараметрична сім'я рядів, що задовольняє умову (1). Спектром випадкової величини ξ є множина неповних сум ряду з умовою (1), а саме:

$$\Delta^{\Sigma} := \left\{ x \mid x = \sum_{k \in M} a_k, M \in 2^N \right\},$$

Множина неповних сум ряду, що задовольняє умову (1), співпадає з відрізком [0, 1]. Вивчається поведінка модуля характеристичної функції випадкової величини ξ на нескінченності.