

А.Ф. Конограй (Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

Колмогоровські поперечники класів $B_{1,\theta}^\Omega$ періодичних функцій багатьох змінних

Досліджуються розглянуті в [1] класи $B_{1,\theta}^\Omega$ періодичних функцій багатьох змінних, $\Omega(t) = \omega(t_1, \dots, t_d)$, де $\omega(\tau)$ — задана функція (однієї змінної) типу модуля неперервності порядку l , що задовольняє умови Барі-Стєчкіна [2] (позначаємо (S) і (S_l)). При певному виборі функції $\Omega(t)$ класи $B_{1,\theta}^\Omega$ співпадають з відомими класами Бесова $B_{1,\theta}^r$.

Нехай $L_p(\pi_d)$ — простір 2π -періодичних по кожній змінній функцій $f(x) = f(x_1, \dots, x_d)$ зі стандартною нормою. Одержано точні за порядком оцінки колмогоровських поперечників $d_M(B_{1,\theta}^\Omega, L_q)$, які визначаються наступним чином:

$$d_M(B_{1,\theta}^\Omega, L_q) = \inf_{L_M} \sup_{f \in B_{1,\theta}^\Omega} \inf_{u \in L_M} \|f - u\|_q,$$

де L_M — підпростір в L_q розмірності M .

Мають місце наступні твердження.

Теорема 1. Нехай $1 < q \leq 2$, $\theta \in [1, q]$ і $\Omega(t) = \omega(t_1 \cdot \dots \cdot t_d)$, де $\omega(\tau)$ задовольняє умову (S) з деяким $\alpha > 1 - \frac{1}{q}$, а також умову (S_l) . Тоді для будь-яких $M, n \in \mathbb{N}$, таких що $M \asymp 2^n n^{d-1}$, має місце оцінка

$$d_M(B_{1,\theta}^\Omega, L_q) \asymp \omega(2^{-n}) 2^{n(1-\frac{1}{q})}.$$

Теорема 2. Нехай $2 < q < \infty$, $1 \leq \theta \leq \infty$ і $\Omega(t) = \omega(t_1 \cdot \dots \cdot t_d)$, де $\omega(\tau)$ задовольняє умову (S) з деяким $\alpha > 1$, а також умову (S_l) , $l \geq 2$. Тоді для будь-яких $M, n \in \mathbb{N}$, таких що $M \asymp 2^n n^{d-1}$, має місце оцінка

$$d_M(B_{1,\theta}^\Omega, L_q) \asymp \omega(2^{-n}) 2^{\frac{n}{2}} n^{(d-1)(\frac{1}{2}-\frac{1}{\theta})_+},$$

де $a_+ = \max\{a, 0\}$.

Зауваження. При $\omega(\tau) = \tau^{r_1}$ і певних обмеженнях на параметр r_1 з результатів теорем 1 та 2 слідує відповідні результати для класів $B_{1,\theta}^r$, які отримані А.С. Романюком в [3].

- [1] Sun Youngsheng, Wang Heping. Representation and approximation of multivariate periodic functions with bounded mixed moduli of smoothness // Тр. мат. ин-та им. В.А. Стеклова. – 1997. – № 219. – Р. 356 - 377.
 - [2] Барі Н.К., Стєчкин С.Б. Наилучшие приближения и дифференциальные свойства двух сопряженных функций // Тр. Моск. мат. о-ва. – 1956. – 5. – С. 483 - 522.
 - [3] Романюк А.С. Колмогоровские и тригонометрические поперечники классов Бесова $B_{p,\theta}^r$ периодических функций многих переменных // Мат. сб. – 2006. – 197, № 1. – С. 71 - 96.
-