

О.П. Козум (Институт прикладного системного анализа НТУУ "КПИ", Киев, Украина)

## Заметка об $H$ -сходимости

Целью данного исследования является изучение некоторых дополнительных свойств понятия  $H$ -сходимости, которое играет ключевую роль в теории усреднения краевых задач. В качестве основного объекта исследования выступает последовательность  $\{A_\varepsilon(x) = [a_{ij}(x)]\}_{\varepsilon>0}$  равномерно коэрцитивных ограниченных матриц  $A_\varepsilon \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ .

Предполагается, что данная последовательность является компактной относительно  $H$ -сходимости, причем  $A_0 \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$  — ее  $H$ -предел. Но, поскольку последовательность  $\{A_\varepsilon(x)\}_{\varepsilon>0}$  является равномерно ограниченной в  $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ , из теоремы Банаха-Алаоглу следует существование матрицы  $A^* \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ , такой, что (с точностью до подпоследовательности)  $A_\varepsilon \rightarrow A^*$  \*-слабо в  $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ .

Ставится задача нахождения дополнительных условий, которые будут гарантировать равенство  $A_0 = A^*$  почти всюду в  $\Omega$ . Следует заметить, что данные пределы совпадают в случае, когда  $A_\varepsilon \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n}) \cap W^{1,2}(\Omega, R^{n \times n})$  для каждого  $\varepsilon > 0$ , а последовательность  $\{A_\varepsilon(x)\}_{\varepsilon>0}$  равномерно ограничена в пространстве Соболева  $W^{1,2}(\Omega, R^{n \times n})$ . Однако, в общем случае, равенство  $A_0 = A^*$  не имеет места.

Указанный факт является основной причиной того, что задачи оптимального управления в коэффициентах и задачи "shape optimization" для систем, которые описываются уравнениями в частных производных, в общем случае не имеют решения.

В настоящей работе предлагается рассмотреть класс обобщенно соленоидальных матриц  $A(x) = [a_{ij}(x)]$ , который является подмножеством класса равномерно коэрцитивных ограниченных матриц из  $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ . Доказано, что  $H$ -предел и \*-слабый предел в  $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$  последовательностей обобщенно соленоидальных матриц совпадают.

- [1] D. Bucur, G. Buttazzo Variational Methodth in Shape Optimization Problems. — Birkhäuser, Boston: in Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, 2005. — Vol.65
  - [2] F. Murat, L. Tartar  $H$ -convergence // in: A. Cherkaek, R. Kohn (Eds.) Topics in the Mathematical Modelling of Composite Materials, Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications. — 1997. — Boston:Birkhöuser. — P. 21–43.
  - [3] Жиков В.В., Козлов С.М., Олейник О.Л. Усреднение дифференциальных операторов. — М.:Физматлит, 1993.
-