

О.П. Козум (Институт прикладного системного анализа НТУУ "КПИ", Киев, Украина)

Заметка об H -сходимости

Целью данного исследования является изучение некоторых дополнительных свойств понятия H -сходимости, которое играет ключевую роль в теории усреднения краевых задач. В качестве основного объекта исследования выступает последовательность $\{A_\varepsilon(x) = [a_{ij}(x)]\}_{\varepsilon>0}$ равномерно коэрцитивных ограниченных матриц $A_\varepsilon \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$.

Предполагается, что данная последовательность является компактной относительно H -сходимости, причем $A_0 \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ — ее H -предел. Но, поскольку последовательность $\{A_\varepsilon(x)\}_{\varepsilon>0}$ является равномерно ограниченной в $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$, из теоремы Банаха-Алаоглу следует существование матрицы $A^* \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$, такой, что (с точностью до подпоследовательности) $A_\varepsilon \rightarrow A^*$ *-слабо в $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$.

Ставится задача нахождения дополнительных условий, которые будут гарантировать равенство $A_0 = A^*$ почти всюду в Ω . Следует заметить, что данные пределы совпадают в случае, когда $A_\varepsilon \in L^\infty(\Omega, R^{n \times n}) \cap W^{1,2}(\Omega, R^{n \times n})$ для каждого $\varepsilon > 0$, а последовательность $\{A_\varepsilon(x)\}_{\varepsilon>0}$ равномерно ограничена в пространстве Соболева $W^{1,2}(\Omega, R^{n \times n})$. Однако, в общем случае, равенство $A_0 = A^*$ не имеет места.

Указанный факт является основной причиной того, что задачи оптимального управления в коэффициентах и задачи "shape optimization" для систем, которые описываются уравнениями в частных производных, в общем случае не имеют решения.

В настоящей работе предлагается рассмотреть класс обобщенно соленоидальных матриц $A(x) = [a_{ij}(x)]$, который является подмножеством класса равномерно коэрцитивных ограниченных матриц из $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$. Доказано, что H -предел и *-слабый предел в $L^\infty(\Omega, R^{n \times n})$ последовательностей обобщенно соленоидальных матриц совпадают.

- [1] D. Bucur, G. Buttazzo Variational Methodth in Shape Optimization Problems. — Birkhäuser, Boston: in Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, 2005. — Vol.65
 - [2] F. Murat, L. Tartar H -convergence // in: A. Cherkaek, R. Kohn (Eds.) Topics in the Mathematical Modelling of Composite Materials, Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications. — 1997. — Boston:Birkhöuser. — P. 21–43.
 - [3] Жиков В.В., Козлов С.М., Олейник О.Л. Усреднение дифференциальных операторов. — М.:Физматлит, 1993.
-